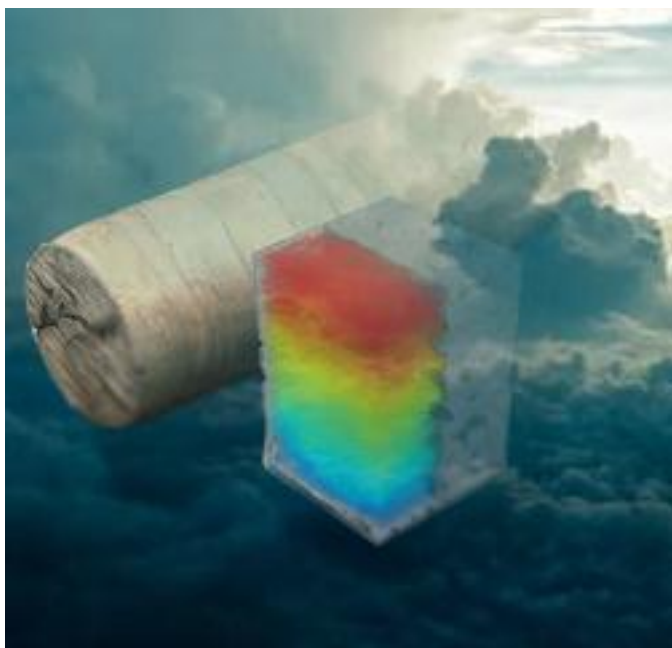




FIZIKA LEŽIŠTA FLUIDA

neslužbena skripta

dr. sc. Domagoj Vulin, izv. prof.

RGN fakultet, Zagreb, 2017

SADRŽAJ

1	Uvod	1
1.1	Osnovne definicije:	1
2	Uzimanje uzoraka	4
3	Poroznost (šupljikavost)	7
3.1	Helijska porozimetrija	10
4	Propusnost (permeabilnost)	14
4.1	Vrste fluida prema stlačivosti	18
4.2	Geometrija protjecanja	18
4.3	Režimi protjecanja fluida	19
4.4	Jednadžbe protoka ovisno o geometriji protjecanja i vrsti fluida	20
4.4.1	Linearni protok nestlačivog fluida (tekućina)	20
4.4.2	Linearni protok slabo stlačivog fluida (tekućina)	20
4.4.3	Linearni protok stlačivog fluida (plin)	21
4.4.4	Varijacije propusnosti u linearnom sustavu protjecanja fluida	23
4.4.5	Radijalni protok nestlačivog fluida	26
4.4.6	Radijalni protok slabostlačivog fluida (tekućina)	27
4.4.7	Radijalni protok stlačivog fluida (plin)	28
4.4.8	Varijacije propusnosti u radijalnom sustavu protjecanja fluida	30
4.4.9	Mjerenje propusnosti	32
4.5	Povezanost hidrauličke vodljivosti i koeficijenta propusnosti	34
5	Mehanička svojstva stijena	37
5.1	Tlakovi koji uzrokuju opterećenje na stijenu u ležištu	37
5.2	Naprezanja u ležišnoj stijeni	39
5.3	Određivanje stlačivosti stijena	43
6	Raspodjela zasićenja fluidima u stijeni	46
7	Elektrokarotazne i akustičke metode	57
8	Relativna propusnost i višefazni protok	64
8.1	Proračuni nemješivog istiskivanja fluida	66
8.1.1	Ireducibilno zasićenje, S_{wir}	72
8.1.2	Početno zasićenje, S_{wi}	73
8.1.3	Kritično zasićenje, S_{wc}	73
8.1.4	Svođenje krivulje frakcijskog protjecanja na analitički oblik	76
8.1.5	Primjer određivanja indeksa raspodjele veličine pora	78

8.1.6	Primjer proračuna zavodnjavanja naftonosnog sloja pojednostavljenom Buckley-Leverettovom metodom.	79
-------	--	----

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Dlijeto za jezgrovanje	4
Slika 3.1. Odnos volumena pora i zrna u prostoru.	7
Slika 3.2. Povezanost pora – efektivna i rezidualna poroznost	7
Slika 3.3. Pojednostavljeni (geometrijski) modeli slaganja zrna.	8
Slika 3.4. Piknometar. Sastoji se od staklene bočice, hermetičkog staklenog čepa te specifikacije za volumen i temperaturu.	10
Slika 3.5. Definirani tlakovi, mjerna i referentna ćelija helijskog porozimetra.	11
Slika 3.6. Shema mjernog uređaja za mjerenje poroznosti helijskom porozimetrijom.	12
Slika 4.1. Shema protjecanja kroz sustav pora u stijeni.	14
Slika 4.2. Pojednostavljeni model protjecanja	14
Slika 4.3. Odnosi tlaka i potencijala protoka za različite smjerove protjecanja fluida u poroznom mediju s obzirom na utjecaj gravitacije.....	16
Slika 4.4. Horizontalni protok. Gravitacijski članovi su jednaki po iznosu te nestaju oduzimanjem.....	16
Slika 4.5. Promjene gustoće stlačivog, slabo stlačivog i nestlačivog fluida	18
Slika 4.6. Geometrije protjecanja.	19
Slika 4.7. Protoci prema promjeni tlaka u vremenu.....	19
Slika 4.8. Paralelne promjene propusnosti za proračun protoka pod pretpostavkom da nema komunikacije fluida između proslojaka.	23
Slika 4.9. Serijske promjene propusnosti	24
Slika 4.10. Geometrija radijalnog protoka.....	26
Slika 4.11. Radijalni protok uz paralelne promjene propusnosti	30
Slika 4.12. Radijalni protok uz serijske promjene propusnosti	31
Slika 4.13. Shema uređaja za mjerenje propusnosti protokom plina.	32
Slika 4.14. Hidrostatski držač jezgre	33
Slika 4.15. Korekcija mjerenih propusnosti za Klinkenbergov efekt	34
Slika 4.16. Omjer hidrauličke vodljivosti i koeficijenta propusnosti u odnosu na temperaturu ($p = \text{const} \sim 1 \text{ atm}$).....	35
Slika 5.1. Shematski prikaz tlakova u dubokoj stijeni	37
Slika 5.2. Gradijent petrostatskog, efektivnog i hidrostatskog tlaka.....	39
Slika 5.3. Element stijene u trodimenzionalnom polju naprezanja.....	40
Slika 5.4. Vrste opterećenja u ležištu i laboratoriju.....	41
Slika 5.5. Kompresibilnost zrna, pora i ukupna kompresibilnost	41
Slika 5.6. Odnos poroznosti i stlačivosti pora	42
Slika 5.6. Odnos pornog volumena i efektivnog tlaka	43

Slika 6.1. Gravitacijski formirana razdjelnica faza u pojednostavljenom modelu u kojem nije uračunata heterogenost niti kapilarne sile.....	46
Slika 6.2. Promjene zasićenja u jezgri prilikom vađenja.....	48
Slika 6.3. Korekcijski dijagram za određivanja zasićenja metodom retorte.....	48
Slika 6.4. Aparatura za određivanje zasićenja Dean-Starkovom metodom	49
Slika 6.5. Kut močivosti u slučaju vodomochive stijene	50
Slika 6.6. Kapilarna elevacija (močiv fluid)	51
Slika 6.7. Analogija niza kapilara različitog promjera i kapilarne krivulje izmjerene na stijeni. Kod pora u stijeni postoji kontinuirana raspodjela promjera pora.....	52
Slika 6.8. Krivulja kapilarnog tlaka za određeni porozni medij kvantitativna je slika ovisnosti P_c o zasićenju vodom, $P_c = f(S_w)$	53
Slika 6.9. Odnos zasićenja, kapilarnog tlaka i propusnosti.....	54
Slika 6.10. Određivanje prijelazne zone između bušotina.	54
Slika 6.11. Histereza kapilarnog tlaka.....	55
Slika 7.1. Određivanje otpornosti slane vode (engl. <i>brine</i>) i stijene zasićene tom slanom vodom.....	58
Slika 7.2. Odnos indeksa otpornosti i zasićenja vodom	59
Slika 7.3. Kalibracijska korelacija poroznosti i faktora formacije	60
Slika 8.1. Prikaz odnosa zasićenja i relativnih propusnosti za močivu i nemočivu fazu	65
Slika 8.2. Relativne propusnosti, ovisno o smjeru zasićivanja (imbibicija, dreniranje)	65
Slika 8.3. Potiskivanje kroz segment promatranog volumena	66
Slika 8.4. Dijagram frakcijskih protoka potiskujućeg fluida u ovisnosti o nagibu ležišta i brzini utiskivanja.....	70
Slika 8.5. Analiza krivulje frakcionalnog protjecanja	71
Slika 8.6. Mjerena (puna crta) i teoretska (crtkano, <i>potpuna</i>) krivulja kapilarnog tlaka.	73
Slika 8.7. Grafičko rješenje Buckley-Leverettovog modela zavodnjavanja iz krivulje frakcijskog protoka	74
Slika 8.8. Gravitacijski utjecaj na zavodnjavanje	75
Slika 8.9. Linearan odnos S i P_c u log-log dijagramu.	78
Slika 8.10. Krivulja relativnih propusnosti za sustav nafta-voda na temelju mjerenih vrijednosti	79
Slika 8.11. Krivulja frakcijskog protjecanja konstruirana na temelju proračuna protoka u nagnutom sloju.	81
Slika 8.12. Očitavanja tangenti za zasićenja nakon prodora fronte utiskivane vode u proizvodnu bušotinu.....	82
Slika 8.13. Odnos utisnutih količina vode i efikasnosti istiskivanja	83
Slika 8.14. Analiza povećanja potrebne količine utisnute vode u odnosu na povećanje efikasnosti istiskivanja	83

1 UVOD

Fizika ležišta fluida široko je multidisciplinarno područje koje uključuje inženjersko-geološke probleme, ležišno-inženjerske probleme kod kojih je nemoguće zaobići mehaniku fluida i dio fizikalne kemije koji obuhvaća fazne ravnoteže fluida te interakciju fluida i materije.

U ovoj skripti dat je opis dotičnog područja s gledišta struka koje se bave procjenama protoka (iscrpka) fluida od interesa, bilo da se radi o proizvodnji ugljikovodika ili geotermalne vode, međutim potrebno je napomenuti da su fizikalne zakonitosti protjecanja/skladištenja fluida u stijeni iste bez obzira na gledište – razlikuju se jedino formulacije i definicije.

Nadalje, skripta je namijenjena studentima diplomskog studija geoloških smjerova te je bio izazov (imajući u vidu predznanje studenata stečeno na temelju do tad odslušanih kolegija) približiti im neka poglavlja.

Informatičkim rječnikom – ova skripta je još uvijek u *beta fazi* i treba dopune– sve sugestije, pitanja ili korekcije vezane uz skriptu studenata su izuzetno poželjne.

1.1 OSNOVNE DEFINICIJE:

Petrofizika ležišta ugljikovodika je područje petrofizike koje se bavi fizikalnim svojstvima stijene, interakcijom stijene i fluida prisutnih u pornom prostoru te opisom višefaznog protoka fluida kroz porozni prostor.

Svojstva stijena koja se istražuju, mogu se podijeliti prema potrebama faza istraživanja i proizvodnje ugljikovodika na:

1. Svojstva koja se istražuju u fazi odabira lokacije za istražno bušenje i svojstva koja se ispituju u fazi istražnog bušenja (petrografska i paleontološka svojstva, raspodjela veličine zrna stijene, kemijski sastav i litologija, geokemijske analize). Nabrojana svojstva ulazni su parametar za geološku i litološku karakterizaciju ležišta, određivanje sredine taloženja, starosti stijena (kronostratigrafske odredbe), naftonosnog potencijala matične stijene, puteva migracije ugljikovodika itd.
2. svojstva u fazi razrade ležišta, određena:
 - a. osnovnim analizama:
 - poroznost
 - propusnost
 - raspodjela zasićenja fluidima
 - električna otpornost
 - akustička svojstva
 - b. specijalnim analizama (*special core analysis, SCAL*)
 - stlačivost stijene
 - kapilarna svojstva
 - svojstva močivosti
 - hidrodinamička svojstva (višefazni protok, relativne propusnosti)
 - simulacije procesa proizvodnje

U ležišnom inženjerstvu (*reservoir engineering*) svojstva stijena često se dijele na:

1. Statička svojstva stijena i fluida
 - poroznost
 - raspodjela veličine zrna i pora
 - kapilarna svojstva, močivost

- raspodjela zasićenja fluidima
 - električna otpornost
 - akustička svojstva
2. Dinamička svojstva stijena i fluida
- a. propusnost
 - b. hidrodinamička svojstva (višefazni protok fluida, relativne propusnosti)
 - c. testovi protjecanja fluida (simulacije procesa proizvodnje)

Iz osnovnih i specijalnih analiza, dobivaju se ulazni parametri za određivanje:

- početnih zaliha ugljikovodika
- granica ležišta
- hidrodinamičkih karakteristika ležišta
- produktivnih intervala u bušotinama
- vrste i količine proizvodnje ugljikovodika itd.

Ti parametri se često koriste na različite načine, ovisno o pouzdanosti, količini, i dostupnosti svih raspoloživih podataka o promatranom ležištu. Laboratorijski podaci su najčešće podaci koji su mjereni na malim jezgrama stijene i najpouzdaniji su jer su mjereni izravno, za razliku od podataka iz karotaže i seizmičkih mjerenja koji su manje pouzdani, ali se njima može obuhvatiti veliki ili cijeli volumen stijena u području ležišta. Idealan slučaj pri izradi 3D ležišnog modela bi bio kada bi se laboratorijski podaci koristili za kalibraciju/korekciju podataka iz karotažnih mjerenja.

Ipak, potrebno je razlikovati metode koje se ubrajaju pod rutinske analize jezgara (Routine Core Analysis, RCAL) i metode koje se najčešće koriste za specijalne analize jezgara (Special Core Analysis, SCAL). Rutinske analize jezgara najčešće su brže, jeftinije i ne provode se pri ležišnim uvjetima. Proces započinje uzimanjem uzorka iz nekog intervala/sloja, tj. jezgrovanjem, zatim slijedi obrada uzorka, najčešće bušenjem manjih valjčica te se nakon čišćenja i sušenja jezgre dalje određuju efektivna i apsolutna poroznost, gustoća zrna, apsolutna (plinska) propusnost uz korekcije (Klinkenbergova korekcija koeficijenta propusnosti), zasićenje vodom Dean i Starkovom metodom i zasićenja naftom.

SCAL mjerenjima se nastoji dobiti proširenje informacija koje su prikupljene RCAL mjerenjima, simulirajući reprezentativnije uvjete kako bi se smanjio rizik prilikom donošenja ekonomskih odluka o proizvodnji iz ležišta, poput utiskivanja fluida radi dodatnog iscrpka, ili kako bi se omogućilo bolje razumijevanje ležišta, nakon mjerenja raspodjele zasićenjima fluida u prostoru, električnih svojstava, dvofaznog protoka.

Ovakva mjerenja su skuplja, dugotrajnija, a priprema i/ili način konzervacije jezgre su složeniji. Uobičajeno, u SCAL analize se svrstavaju:

- 1 - sva mjerenja na jezgrama koja uključuju simulaciju petrostatskog opterećenja (overburden – mjerenje poroznosti i plinske propusnosti na suhoj jezgri, ili mjerenja stišljivosti, propusnosti za nestišljive fluid poput nafte i vode i mjerenje električnih svojstava na fluidom zasićenoj jezgri
- 2 – električna mjerenja faktora formacije (m), parametra a i mjerenje indeksa otpornosti (Resistivity index)
- 3 – mjerenja kapilarnih tlakova zasićivanjem vodom, živom ili naftom (sustavi zrak-voda, zrak-živa i nafta-voda) ili desaturacijom (metoda centrifuge i metoda porozne ploče)
- 4 – mjerenja močivosti USBM i Amottovom metodom.

PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA PRVOG POGLAVLJA:

1. Što je petrofizika?
2. Koje su to osnovne analize stijena u laboratoriju?
3. Nabroji analize stijena u laboratoriju koje spadaju u specijalne analize.
4. Koja su dinamička svojstva stijena?
5. Koja su statička svojstva stijena?
6. Znajući da su podaci o stijenama iz laboratorija reprezentativni za manji udio ležišta nego karotažni i seizmički podaci te podaci iz hidrodinamičkih mjerenja, koja je osnovna svrha laboratorijskih mjerenja?
7. Koje su dvije osnovne faze istraživanja ležišta ugljikovodika (analogno je i za geotermalna ležišta)?
8. Koje vrste analiza simuliraju ležišne uvjete?
9. koje su prednosti rutinskih analiza jezgara/uzoraka stijene?
10. Što se određuje korištenjem rezultata osnovnih i specijalnih analiza stijena kao ulaznih parametara?

2 UZIMANJE UZORAKA

Uzimanje uzoraka stijene zove se jezgrovanje. Jezgrovanje se provodi na strateški odabranim bušotinama, ponajviše u ranoj fazi razrade ležišta, kako bi se zahvatilo cijelo područje ležišta. Čak i kada bi se jezgrovao cijeli produktivni interval u svakoj bušotini, analiziran će biti samo mali dio ukupnog volumena stijene (u tlocrtu su to „točkasti“ podaci). S ekonomskog stajališta, nastoji se jezgrovati minimalan broj bušotina, a ekstremni slučaj je potpuno minimiziranje troškova jezgrovanja, tj. uzimanje minimalanog broja podataka koji je potreban jedino za kalibraciju karotažnih mjerenja.

U slučaju starih ležišta, jezgrovanje se izvodi ukoliko postoji vjerojatnost za dodatni iscrpak za koji je potreban bolji opis ležišta. Jedan od razloga uzorkovanja u toj fazi razrade ležišta ugljikovodika je i izravno određivanje zasićenja fluidima nakon zavodnjavanja (1. Shirer, J.A., Langston, E.P. i Strong, R.B.: Application of Fieldwide Conventional Coring into the Jac-Lec Unit., SPE 7048, 5th IOR Symposium, Tulsa, april, 16-19, 1978).

Fluidi za jezgrovanje (isplake), tj. filtrati isplaka koje se koriste tokom bušenja bušotine za jezgrovanje mogu istisnuti dio originalnog fluida iz jezgre što predstavlja dodatni problem kod određivanja početnih uvjeta u stijeni, prije svega početnog zasićenja fluidima (ugljikovodici, slojna voda). Planiranje jezgrovanja mora biti određeno ciljem tj. svrhom jezgrovanja.

Jezgra je valjkasti uzorak izbušen iz stijene. Jezgrovanje se najčešće radi kad se bušenjem dolazi do sloja za koji se pretpostavlja da je zasićen fluidima od interesa (npr. nafta). Tada se mijenja tip dlijeta, tj. u sklop bušaćih alatki postavlja se dlijeto i sustav za jezgrovanje (slika 2.1):



Slika 2.1. Dlijeto za jezgrovanje

(izvor: http://iodp.ldeo.columbia.edu/EDU/TAS/301/photos/week4/July21_04_3-01.jpg, 9. 2. 2015.)

Dlijeto za jezgrovanje ima centralni dio u koji tokom bušenja ulazi valjkasti dio stijene. Također postoji sustav za prihvat („zubi“ koji omogućuju ulaz jezgre u centralni dio, tako što joj se dozvoljava pomicanje samo u „uzlaznom“ smjeru). Jezgrovati se može u smjeru bušenja ili usmjereno, tj. prema smjeru protoka koji je potrebno analizirati.

Druga, manje vrijedna vrsta uzoraka mogu biti talozi ili uzorci (krhotine, talog sa sita) s isplachnih sustava.

Poželjno je izvaditi reprezentativan uzorak neizmijenjenih mehaničkih svojstava, što je tehnički izuzetno teško izvedivo, pošto je dotični uzorak u stijeni bio pod opterećenjem naslaga stijena tj. petrostatskim tlakom (minimalni petrostatski tlak je oko 200 bar / 1000 m; petrostatski tlak se može računati kao zbroj gustoća stijena i gustoća fluida u porama istih stijena) i tlakom fluida u porama. Također, poželjno je izvaditi i uzorak u kojem nisu narušeni ležišni odnosi zasićenja eventualno prisutnim ugljikovodicima i slojnom vodom.

Nakon obrade uzoraka u laboratoriju, iz velike jezgre izbušene dlijetom za jezgrovanje (duljine nekoliko metara, najčešće između 4 – 9 m) izrađuju se manji uzorci, za potrebe mjerenja protoka i poroznosti najčešće valjčici (najčešće promjera 1.5 inch, tj. oko 3.8 cm i duljine 5 do 15 cm), pripremaju se preparati za mikroskopiranje te se sortiraju krhotine za ostale testove.

Za mjerenje geomehaničkih svojstava stijena na velikoj dubini, potrebne su jezgre većih promjera, što često nije moguće izvaditi. Takva i niz drugih svojstava je jednostavnije pretpostaviti posrednim ili izravnim mjerenjima u bušotini. Mjerenja u bušotini daju srednju vrijednost traženog svojstva na određenom intervalu. Npr. hidrodinamička mjerenja u bušotini spadaju u izravna mjerenja u bušotini i mogu dati propusnost (proizvodnost ili injektivnost) cijelog izbušenog intervala, ali ne detaljnu sliku o promjenama propusnosti unutar tog intervala, tj. najčešće se podaci za takav interval obrađuju i preračunavaju kao da je cijeli interval homogen. Drugi primjer izravnih mjerenja su geomehanička mjerenja utiskivanjem fluida (test naprezanja, mini-frac test i sl.). U neizravna mjerenja spadaju karotažna mjerenja pošto se do traženih podataka o zasićenju, poroznosti itd. dolazi posrednim mjerenjima, (mjerenjem otpornosti, spontanog potencijala i sl.).

Dakle, uzorak dobiven jezgrovanjem moguće je detaljno analizirati u laboratoriju, međutim on predstavlja bitno manji volumen stijene u podzemlju, nego što je moguće analizirati mjerenjima u bušotini. Također, mjerenjima s površine, poput 2D ili 3D seizmičkih mjerenja, pouzdanost dobivenih podataka je još manja, ali je takvim mjerenjima moguće zahvatiti cijelo ležište ugljikovodika, vodonosnik i sl.

PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA DRUGOG POGLAVLJA:

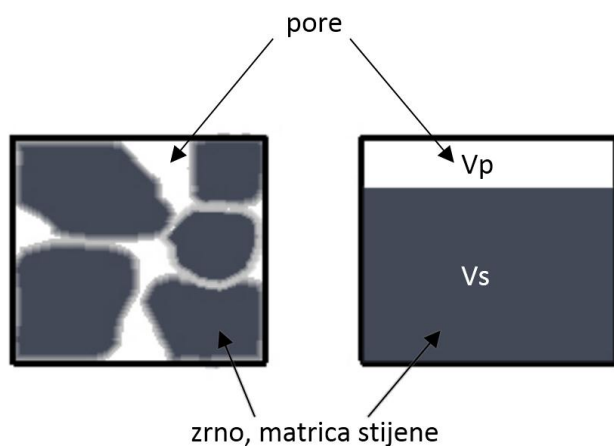
1. Kakvu prostornu raspodjelu podataka je moguće dobiti analizom stijene u laboratoriju, a kakvu karotaznim mjeranjima?
2. Kada se jezgruje u starim ležištima?
3. Na koje parametre je potrebno obratiti pažnju da bi se dobio što reprezentativniji uzorak stijene iz ležišta?
4. Koji su osnovni dijelovi sustava za jezgrovanje?
5. Kakve se sve vrste uzoraka stijene može analizirati u ležištu?
6. Koje su dimenzije jezgre stijene uzete u bušotini, a koje u laboratoriju?
7. Koja su posredna mjerenja svojstava stijene, a koja izravna
8. Koje komplikacije pri uzorkovanju mogu izazvati bušaći fluidi?
9. Kako se može uzimati uzorak, obzirom na prostornu orijentaciju uzorka?
10. U kakvim slojevima se planira jezgrovanje i zašto se svaka (i cijela) bušotina ne jezgruje?

3 POROZNOST (ŠUPLIKAVOST)

Poroznost je omjer volumena pora (šupljina, V_p) i ukupnog volumena (engl. *bulk volume*, V_b , ili *total volume*, V_t) segmenta promatrane stijene.

Poroznost se određuje tako da se izmjeri dva od tri svojstva koje je moguće izmjeriti – V_p , V_b i volumen zrna (*volume of solids*, V_s).

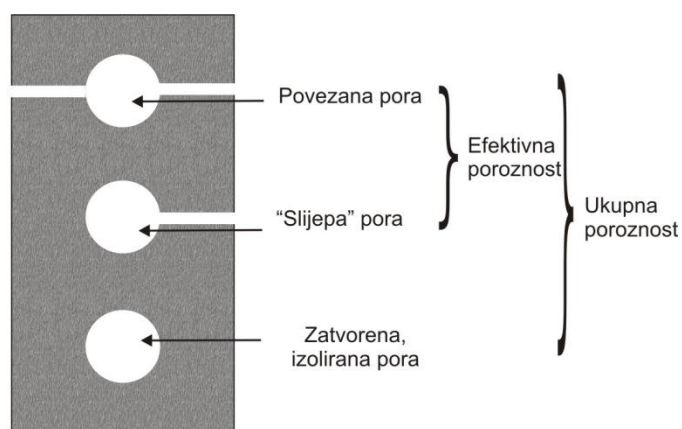
$$\phi = \frac{V_p}{V_t} = \frac{V_t - V_s}{V_t}$$



Slika 3.1. Odnos volumena pora i zrna u prostoru.

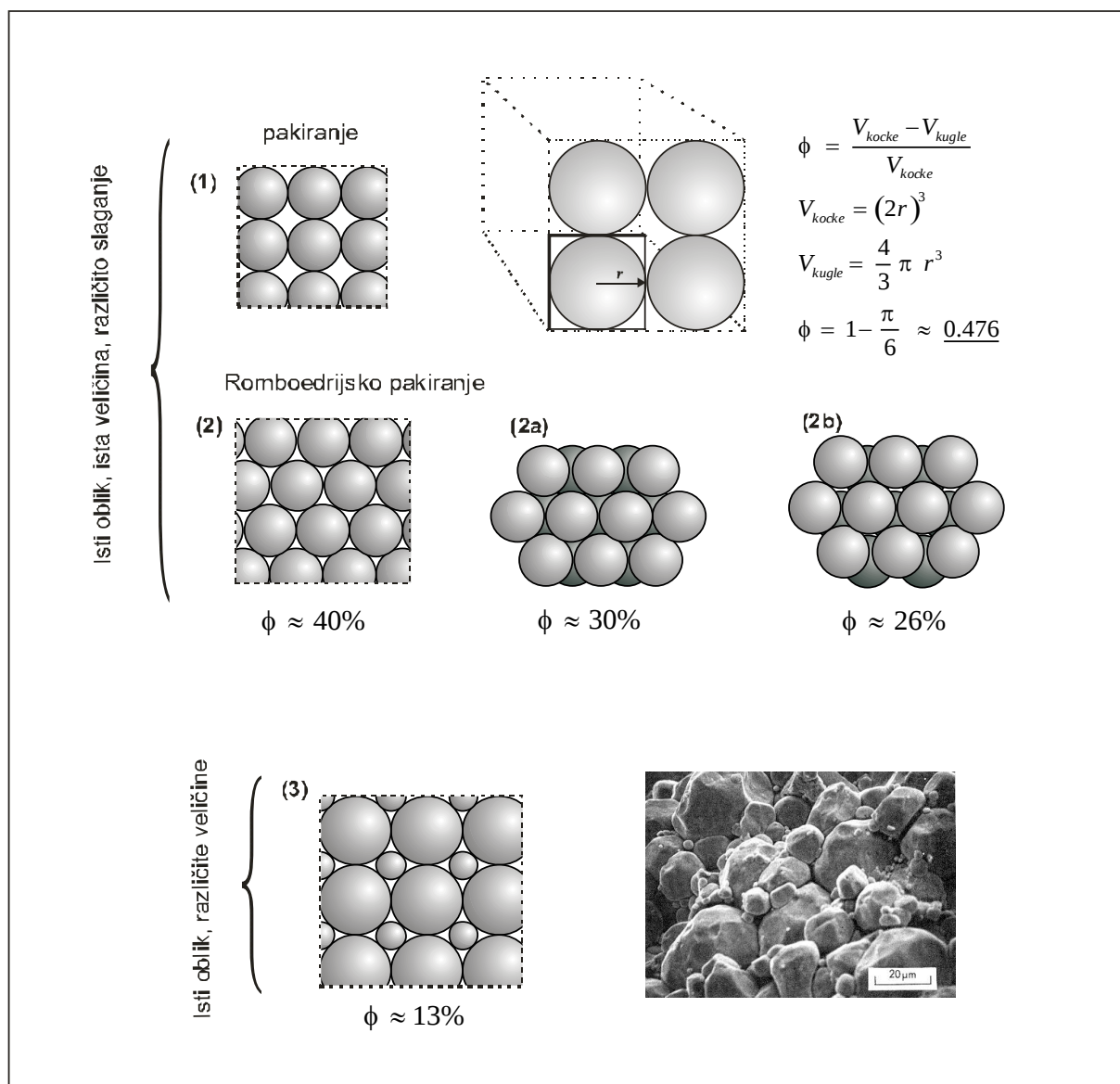
Ukupna (apsolutna) poroznost je omjer svih pora u stijeni i ukupnog volumena stijene.

Efektivna poroznost je omjer volumena međusobno povezanih pora i ukupnog volumena stijene. Volumenom izoliranih pora definira se **rezidualna** poroznost. U naftnom inženjerstvu pod poroznošću podrazumijeva se efektivna poroznost.



Slika 3.2. Povezanost pora – efektivna i rezidualna poroznost

Poroznost sedimentnih stijena ovisi o veličini odnosno raspodjeli veličine zrna, obliku i zaobljenosti zrna i načinu slaganja (pakiranja) zrna ([slika 3.3](#)). Geometrijski modeli slaganja zrna mogu poslužiti za kvalitativne procjene poroznosti stijene, isto kao i procjena poroznosti za pojedine vrste stijena ([tablica 3.1.](#)).



Slika 3.3. Pojednostavljeni (geometrijski) modeli slaganja zrna.

Tablica 3.1. Tipični rasponi poroznosti nekih stijena.

	ϕ , %
pješčenjaci	10 -40
vapnenci, dolomiti	2 -25
gline	20 -45

Tehnika mjerenja koju će se koristiti najčešće ovisi o vremenu koje je potrebno da se uzme uzorak i o vrsti stijene. Mjerenje, ukoliko je rađeno korektno, ne smije davati grešku veću od $\pm 0.5\%$ izmjerene poroznosti u slučaju konsolidiranih stijena (Keelan, 1971).

Uređaji kojima se mjeri poroznost u osnovi primjenjuju fizikalne zakonitosti spomenute u tablici 3.2.:

Tablica 3.2.. Metode mjerenja parametara potrebnih za određivanje poroznosti.

	<i>Ukupni volumen</i>	<i>Volumen zrna</i>	<i>Volumen pora</i>
1	Računom iz mjerenih dimenzija pravilno geometrijski blikovnog uzorka stijene (valjak, kocka)	Gravimetrija, piknometrom	Gravimetrija, mjerenjem mase fluida u porama uzorka stijene
2	Volumetrija živom (Hg) (uranjanjem jezgre u živu)	Gravimetrija uz primjenu Arhimedova zakona	Volumetrija, injektiranjem Hg u porni prostor
3	Gravimetrija uz primjenu Arhimedova zakona	Volumetrija uz primjenu Boyleovog zakona	Volumetrija uz primjenu Boyleovog zakona
4			Zbrajanjem mjerenih masa ili volumena fluida u pornom prostoru

Gravimetrija. Izmjeri se masa suhog i ekstrahiranog uzorka m_0 . Stijena je močiva slanom vodom (voda bi ulazila i pri atmosferskim uvjetima u pore, zbog kapilarnih sila pornog sustava), pa je mjerenje vanjskog volumena uzorka stijene uranjanjem u vodu točno jedino ako se i stijenu potpuno zasiti slanom vodom iste gustoće ρ . Kada se stijena potpuno zasiti slanom vodom, izmjeri se masa zasićenog uzorka m_1 . Zatim se uzorak uroni u slanu vodu iste gustoće te se izmjeri masa uzgonom olakšanog uzorka m_2 . Primjenom Arhimedovog zakona moguće je zatim izračunati ukupni volumen i volumen pora:

$$\underline{V_p = \frac{m_0 - m_2}{\rho}} \quad \text{i} \quad \underline{V_t = \frac{m_1 - m_2}{\rho}}$$

Zbrajanje fluida. U jezgri prije čišćenja, tj. sušenja i ekstrahiranja ostaje stanoviti volumen plina (zraka), nafte i vode. Plin se istisne živom, a zatim se visokotemperaturnom destilacijom iz jezgre mjeri volumen destilirane nafte i vode. Veće jezgre se dodatno zasićuju vodom (zbog izvedbe uređaja za utiskivanje žive) te se nakon toga radi destilacija pod vakuumom. Volumen pora jednak je zbroju svih destiliranih fluida (voda, nafta, plin)

Volumetrija živom. Ukoliko imamo dostupnu samo malenu krhotinu stijene koju nije moguće izbrusiti, vanjski volumen se određuje uranjanjem u živu. Kako stijena nije močiva živom, pri atmosferskom tlaku živa neće ulaziti u pore te je razlika očitavanja razine žive jednaka vanjskom volumenu stijena. Volumen pora se zatim određuje utiskivanjem žive (zasićivanjem jezgre 100% živom) u porni prostor osušene i ekstrahirane jezgre.

Piknometar ([slika 3.4.](#)) je mala posuda kojom se određuje gustoća, vrlo precizne izrade kako bi se znao točan volumen piknometra (V_{pn}) i najčešće (zbog termičkog rastezanja stakla) normiran na određeni raspon temperatura pri kojima se može mjeriti. Mjeri se masa praznog piknometra, (m_0), masa piknometra s tekućinom, (m_2), masa suhog uzorka (m_s , izmrvljena jezgra kako ne bi ostale izolirane pore) te na kraju masa piknometra s uzorkom i tekućinom (m_3):

$$\underline{m_3 = m_0 + m_s + \rho(V_{pn} - V_s)} \quad \text{i}$$

$$\text{volumen zrna: } \underline{V_s = \frac{m_s - m_3 + m_2}{\rho}}$$



Slika 3.4. Piknometar. Sastoji se od staklene bočice, hermetičkog staklenog čepa te specifikacije za volumen i temperaturu.

Nakon volumetrije živom, moguće je izmrviti uzorak, te ukloniti talog žive kako bi se piknometrom prekontroliralo volumen zrna, V_s . Nedostatak određivanja poroznosti utiskivanjem žive jest što se pri utiskivanju žive u sve povezane pore primjenjuju ekstremni tlakovi, ponekad i iznad 100 bara i do tog tlaka popušta dio barijera do nepovezanih pora (destruktivna metoda). Zbog tog razloga ne može se sigurno utvrditi da li su sve povezane pore ispunjene živom (tlaku utiskivanja žive suprotstavljaju se kapilarne sile u najmanjim porama), te u koliko je nepovezanih pora živa utisnuta probijanjem veziva.

3.1 HELIJSKA POROZIMETRIJA

Najčešća metoda određivanja poroznosti stijene je Helijska porozimetrija. Metoda zahtijeva čiste, ekstrahirane uzorke kako bi se mogla zasititi dušikom ili helijem (u slučaju manje poroznih stijena, ispod 5%). Uzorak se najčešće obradi tako da je u obliku pravilnog valjčića promjera 1.5". Temelji se na Boyleovom zakonu, tj. iz referentnog spremnika (ćelije, engl. *reference cell*) poznatog volumena se ispušta plin (stlačen na neki tlak pri kojem je zanemariv faktor kompresibilnosti plina (Z), tj. u području gdje se plin ponaša po zakonu idealnog plina, konkretno - manje od 10 bar) u mjernu ćeliju (slika 3.5). Dakle, opća jednadžba idealnog plina glasi:

$$pV = nRT$$

Gdje je p tlak (Pa), V je volumen (m^3), n je broj molova (mol), R je opća plinska konstanta ($R=8.3144598 m^3PaK^{-1}mol^{-1}$) i T je temperatura (K).

Većina plinova se ponaša kao idealan u uvjetima sličnim atmosferskim. Pri većim tlakovima i temperaturama dolazi do odstupanja od jednadžbe idealnog plina, a opći oblik jednadžbe realnog plina tad glasi uključujući korekcijski faktor $Z \neq 1$:

$$pV = ZnRT$$

Dakle, uz pretpostavku da je $Z=1$ u uvjetima prije i nakon ekspanzije plina (helija ili dušika) prilikom mjerenja poroznosti, mogu se postaviti dvije jednadžbe za ta dva uvjeta (plin ne izlazi iz sustava te je zato broj molova isti, i nema promjene temperature):

$$p_1V_1 = nRT$$

$$p_2V_2 = nRT$$

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Prije ispuštanja plina u mjernu ćeliju, izmjeren je tlak plina u referentnoj ćeliji i poznati su $p_1=p_{ref}$ i $V_1=V_{ref}$. Nakon ispuštanja plina u mjernu ćeliju, tlak plina (p_2) se izjednačio u slobodnom prostoru (slika 3.6).

Taj slobodni prostor, V_2 jednak je zbroju volumena referentne i mjerne ćelije, umanjeno za volumen zrna V_s :

$$V_2 = (V_1 + V_m - V_s)$$

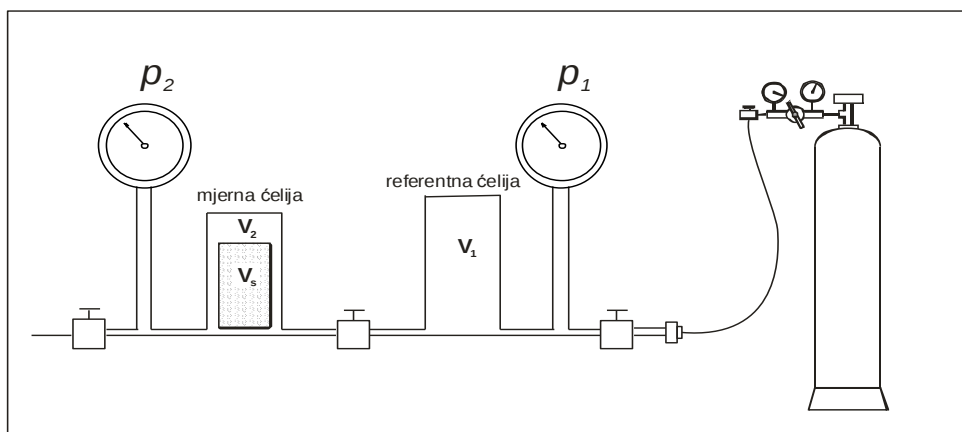
Gore navedeni odnosi opće jednadžbe idealnog plina su zapravo Boyleov zakon koji također glasi: $p_1V_1 = p_2V_2$ (pri konstantnoj temperaturi) i ako su zadovoljeni uvjeti (idealno ponašanje plina) jednostavno se može izračunati volumen zrna, V_s :

$$V_s = V_1 + V_m - \frac{p_1 V_1}{p_2}$$

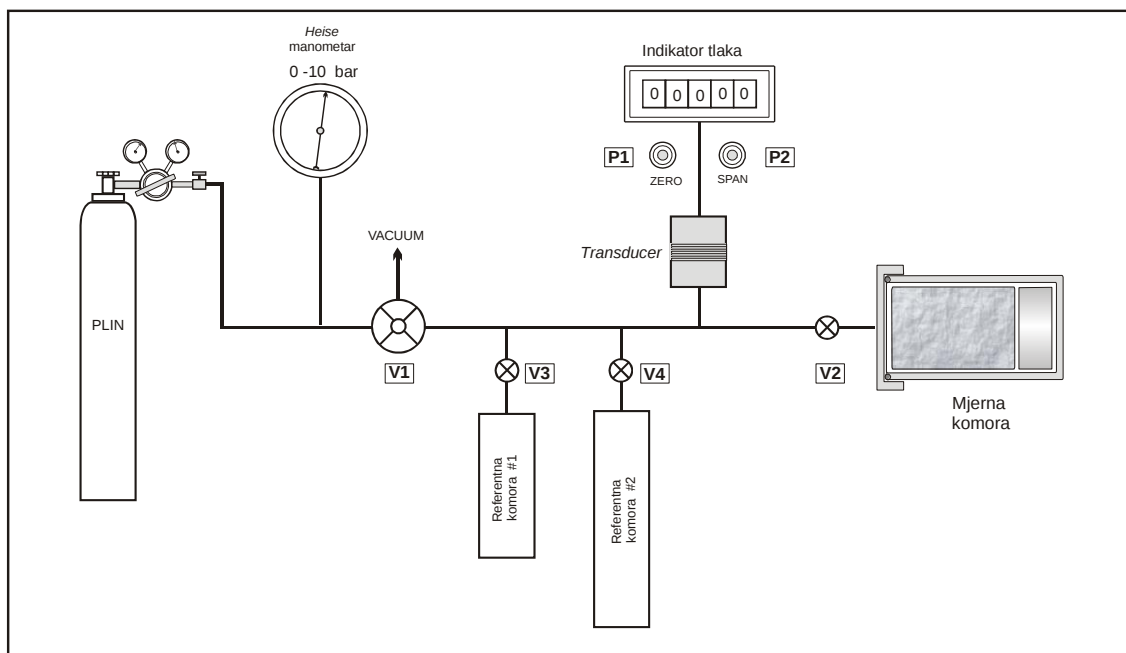
Ukupni volumen jezgre, V_t izračuna se mjerenjem promjera i duljine uzorka (valjčića) i poroznost je tada

$$\phi = \frac{V_t - V_s}{V_t} = \frac{V_p}{V_t}$$

Plin je ušao samo u povezane pore stijene te se stoga helijskom porozimetrijom izravno mjeri efektivna poroznost.



Slika 3.5. Definirani tlakovi, mjerna i referentna ćelija helijskog porozimetra.



Slika 3.6. Shema mjernog uređaja za mjerenje poroznosti helijskom porozimetrijom.

V1 je trosmjerni ventil: ovisno o položaju, tok plina u sustav je dozvoljen (položaj HELIUM), prekinut (OFF), odnosno, sustav je otvoren prema vakuum pumpi ili atmosferi (VACUUM). Pod sustavom podrazumijevaju se sve komore i tlačne cijevi (tj. njihov volumen) od V1 nadalje. Ventili V2, V3 i V4 su prekidni (engl. ON/OFF) ventili: u spuštеноm položaju ručice ventila prekinut je protok plina, u dignutom položaju ventil je otvoren za protok.

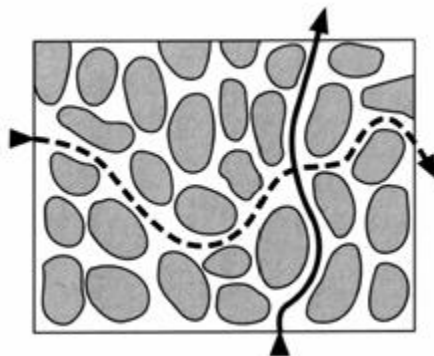
PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA TREĆEG POGLAVLJA:

1. Što je poroznost?
2. Nabroji vrste poroznosti.
3. Koje se fizikalne principi mogu koristiti za mjerenje poroznosti?
4. Opiši postupak mjerenja poroznosti helijem (dušikom).
5. Opiši kako je moguće izmjeriti poroznost utiskivanjem žive.
6. Kako se određuje volumen pora destilacijom?
7. Koji se plinski zakon koristi za mjerenje poroznosti i za kakve uvjete tlaka i temperature je takav zakon primjenjiv?
8. Koji tip poroznosti se mjeri helijskom porozimetrijom?
9. Navedi princip kojim se može mjeriti apsolutnu poroznost.
10. Koji su tipični rasponi poroznosti pojedini pješčenjaka, vapnenaca, dolomita i glina?

4 PROPUSNOST (PERMEABILNOST)

Propusnost je mjera sposobnosti nekog medija (npr. cijev, porozna stijena) da omogući protjecanje fluida kroz taj medij uslijed razlike potencijala, tj. tlakova na ulazu i izlazu u segment stijene.

Za razliku od cijevi, protok fluida u poroznom mediju odvija se kroz sustav međusobno povezanih pora, tj. kapilara s mnogobrojnim i teško matematički opisivim promjenama geometrije (promjera) i nije praktičan opis protoka na mikroskopskoj razini, analogno opisu protoka u cijevima (slika 4.1).



Slika 4.1. Shema protjecanja kroz sustav pora u stijeni.

Na temelju rezultata eksperimentalnih studija protjecanja vode kroz pješčane filtre gradskog vodovoda, H. Darcy je formulirao i 1856. godine objavio rezultate istraživanja i uočio zakonitost protoka fluida kroz porozni medij na makroskopskoj razini. Darcy je ustanovio kako veličina volumetrijskog protoka vode, q kroz vertikalni pješčani filter površine presjeka protjecanja, A i duljine, L izravno ovisi o razlici visina stupaca vode ulaznog i izlaznog manometra ($p_2 - p_1$):

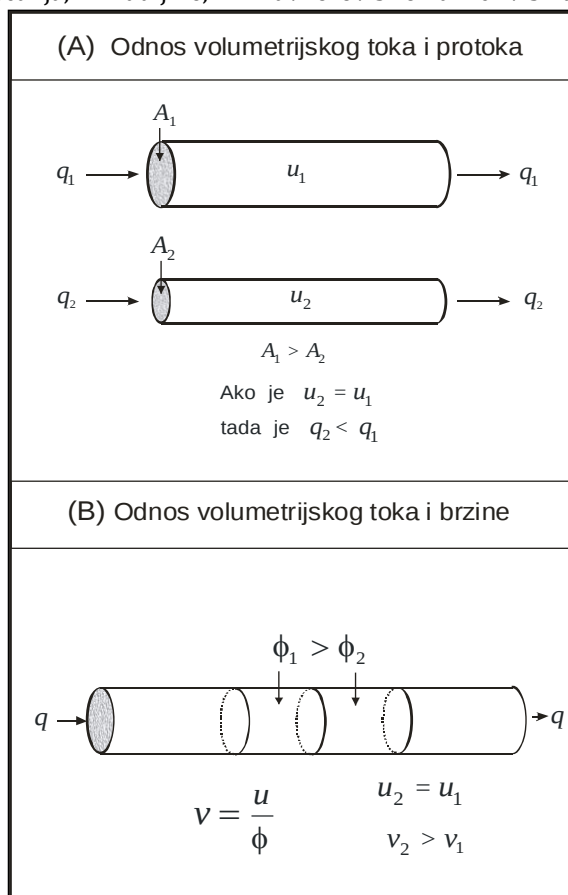
$$q = C \frac{A \Delta h}{L} \quad (4.1.)$$

Konstanta proporcionalnosti, C , ovisi o karakteristikama poroznog medija i transportnim svojstvima fluida, tj. o veličini unutrašnjeg trenja u fluidu (viskoznosti fluida).

Za primjenjivost Darcyveve jednadžbe u sva razmatranja protoka kroz stijenu, potrebno je definirati **volumetrijski tok** ili **fluks** (površinska brzina, u). To je omjer volumetrijskog protoka i površine okomite na smjer protjecanja fluida:

$$u = \frac{q}{A}, \text{ m/s} \quad (4.2.)$$

Intersticijalna ili **linearna brzina** fluida u poroznom mediju je omjer volumetrijskog toka i poroznosti:



Slika 4.2. Pojednostavljeni model protjecanja

$$v = \frac{u}{\phi} = \frac{q}{A \phi} \quad (4.3.)$$

Kasnijim eksperimentalnim opažanjima ustanovljeno je da je volumetrijski tok izravno proporcionalan gustoći (ρ), fluida, a obrnuto proporcionalan viskoznosti fluida (μ), tj. $u \sim \rho / \mu$ te se Darcyeva jednadžba modificira u sljedeći oblik:

$$u = C' \frac{\rho \Delta h}{\mu L} \quad (4.4.)$$

Konstanta proporcionalnosti (C') sadrži utjecaj stupca fluida i svojstva porozne stijene na veličinu volumetrijskog fluksa.

Sila kojom hidrostatski stupac fluida djeluje na jedinicu površine je razlika izlaznog i ulaznog tlaka te se volumetrijski fluks može pisati kao:

$$\Delta p = \rho \Delta h g \Rightarrow u = k \frac{\Delta p}{\mu L} \quad (4.5.)$$

Nova konstanta proporcionalnosti je koeficijent propusnosti, k i ovisi samo o svojstvima poroznog medija (stijene), te definira karakteristiku stijene, tj. propusnost.

Protok fluida je funkcija efektivne sile, koja je vektorska suma nametnute sile u smjeru protoka i sile gravitacije. Ta efektivna sila je potencijal protoka (Φ , Pa, [Slika 4.3](#)):

$$\Phi = p - \rho \cdot g \quad (4.6)$$

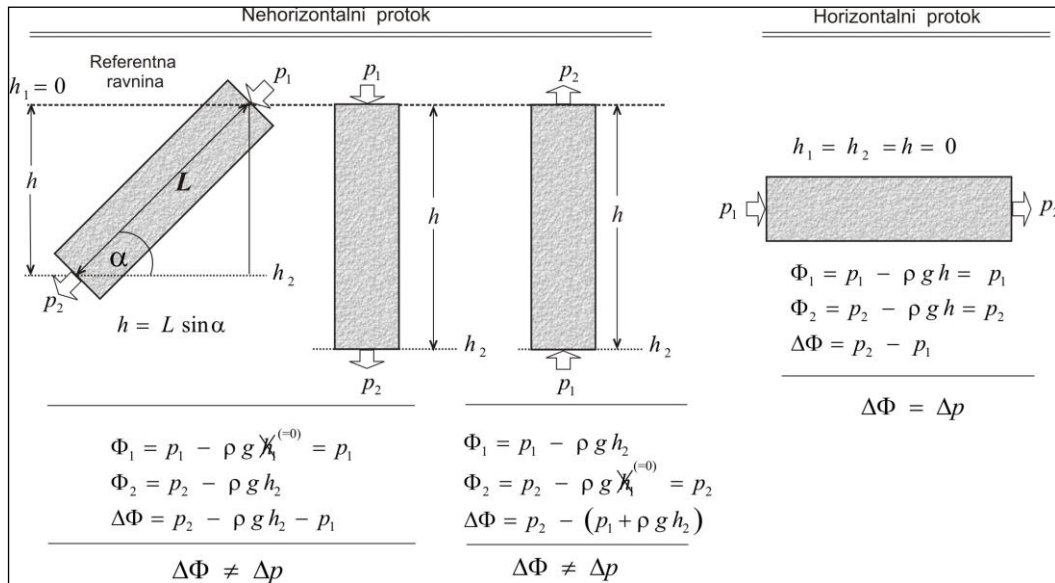
Darcyjeva jednadžba protoka u poroznom mediju, koja vrijedi za bilo koji smjer protoka u odnosu na smjer djelovanja sile teže je:

$$u = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{L} \quad (4.7)$$

i

$$q = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{A}{L} \cdot (\Phi_2 - \Phi_1) \quad (4.8)$$

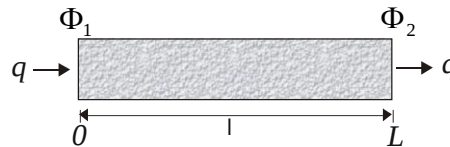
Gdje je q volumetrijski protok (m^3/s)



Slika 4.3. Odnosi tlaka i potencijala protoka za različite smjerove protjecanja fluida u poroznom mediju s obzirom na utjecaj gravitacije.

Pri horizontalnom protoku, vektor pokretne sile okomit je na vektor gravitacije te su vrijednosti potencijala protoka i tlaka iste. Opća Darcyjeva jednadžba za **linearni horizontalni protok** fluida (tekućine) je (slika 4.4):

$$q = -k \frac{1}{\mu} \frac{A}{L} (p_2 - p_1) \quad (4.9)$$



Slika 4.4. Horizontalni protok. Gravitacijski članovi su jednaki po iznosu te nestaju oduzimanjem.

U diferencijalnom obliku, zakon postaje primjenljiv za sve fluide i u drugim sustavima/geometrijama protjecanja, npr. radijalnoj. U linearnom sustavu konačne duljine, za bilo koje dvije točke l_1 i l_2 na toj duljini vrijedi:

$$u = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{l_2 - l_1} = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta l} \quad (4.10)$$

Diferencijalno bi se isti protok opisivao za dvije beskonačno malo udaljene točke (između kojih je i beskonačno mala promjena potencijala), tj. za $\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta l} = 0$:

$$u = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{d\Phi}{dl} \quad (4.11)$$

Poopćena Darcyjeva jednadžba za protok fluida kroz porozni medij vrijedi ako:

1. su pore potpuno ispunjene fluidom koji protječe,
2. nema fizikalno-kemijskih interakcija između fluida i poroznog medija (bilo kakva interakcija, npr. djelomično otapanje karbonatne stijene)
3. Režim protoka fluida je laminaran, tj. veličina protoka linearno ovisi o gradijentu tlaka (potencijala), za razliku od turbulentnog protoka, kada nema te linearnosti.

Iz Darcyjeve jednadžbe (4.8) propusnost poroznog medija je:

$$k = - \frac{q}{A} \frac{L}{(\Phi_2 - \Phi_1)} \mu$$

Dimenzionalnom analizom dobije se:

$$k = \frac{m^3}{s} \times m \times \frac{1}{m^2} \times \frac{1}{N/m^2} \times N/m^2 \times s = m^2$$

Propusnost od **1 m²** omogućava protok od **1 m³/s** fluida viskoznosti **1 Pa·s** kroz površinu protjecanja od **1 m²** uz tlačni gradijent od **1 Pa/m**

Tradicionalna jedinica za propusnost, izvedena u starijem c-g-s (centimetar-gram-sekunda) sustavu jedinica je darcy, D:

$$k = \frac{\frac{[cm^3]}{[s]} [cm] [cP]}{[cm^2] [Atm]} = [D] = [cm^2]$$

Definicija: porozni medij ima propusnost od **1 darcy (D)**, kada fluid viskoznosti od **1 centipoise (cP)**, koji potpuno ispunjava pore medija, teče kroz taj medij uz protok od **1 cm³/s** kroz površinu presjeka od **1 cm²** te pri tlačnom gradijentu od **1 atm/cm**.

Većina ležišnih stijena ima propusnost mnogo manju od 1 D, tako da je u praksi prihvaćena jedinica za propusnost milidarcy, mD (1mD = 10⁻¹⁵m²):

Matematički oblik jednadžbi za računanje protoka u stvarnim uvjetima ovisi o karakteristikama ležišne stijene i fluida to jest:

1. vrstama fluida prema stlačivosti
2. geometriji protjecanja
3. režimu protjecanja fluida
4. broj fluida u protoku

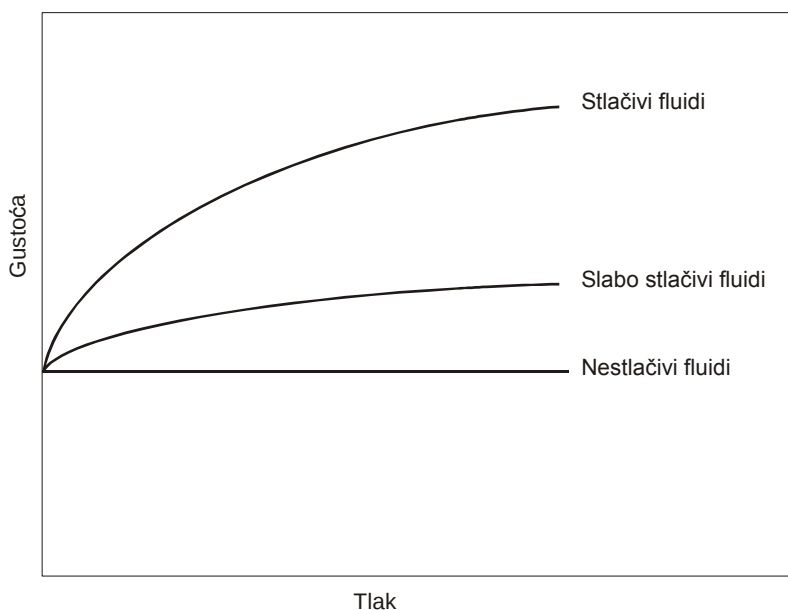
4.1 VRSTE FLUIDA PREMA STLAČIVOSTI

Stlačivost (kompresibilnost) tvari opisana je koeficijentom stlačivosti:

$$c = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (4.12)$$

Fluidi se za odabir jednačbe protoka dijele prema stlačivosti na (slika 4.5):

1. nestlačive (tekućine - voda, nafta),
2. slabo stlačive (voda, nafta, plinovi pri jako velikim tlakovima) i
3. stlačive (plin).

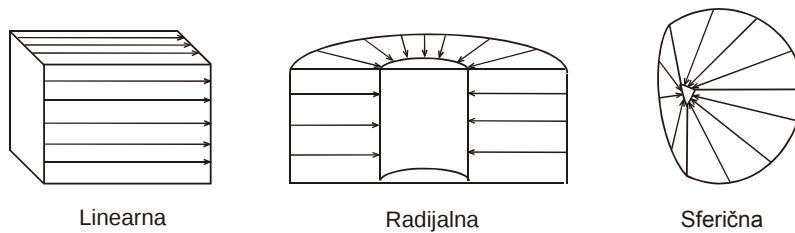


Slika 4.5. Promjene gustoće stlačivog, slabo stlačivog i nestlačivog fluida

4.2 GEOMETRIJA PROTJEKANJA

Geometrija protjecanja uvjetuje oblik jednačbe koji se koristi. Za proračun dotoka fluida u bušotinu se najčešće pretpostavlja kao (slika 4.6):

1. radijalna (strujnice fluida konvergiraju prema zajedničkom središtu, površina presjeka protjecanja nije konstantna u području dotjecanja u bušotinu),
2. linearna (površina presjeka konstantna, strujnice fluida su paralelne - u području udaljenom od bušotine).
3. sferna geometrija protjecanja (strujnice fluida usmjerene su prema zajedničkom središtu u tri dimenzije).

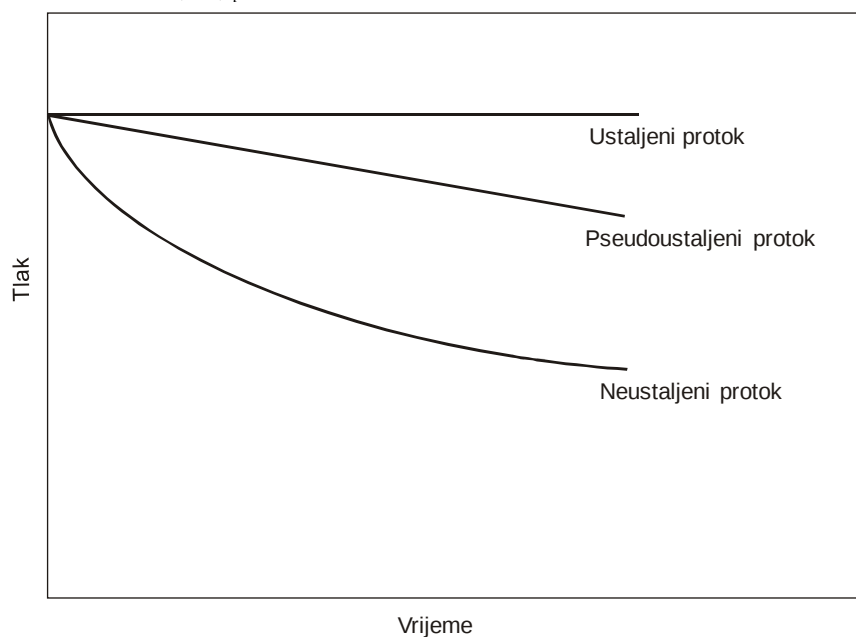


Slika 4.6. Geometrije protjecanja.

4.3 REŽIMI PROTJECANJA FLUIDA

Režim protjecanja fluida je zapravo ovisnost raspodjela tlakova u ležištu u funkciji vremena, kao posljedica proizvodnje fluida (slika 4.7):

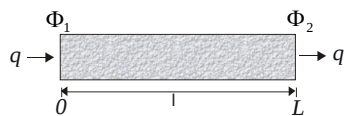
1. Ustaljeni protok (*steady-state flow*): $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = 0$
2. Neustaljeni protok (*unsteady-state flow, transient flow*): $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = f(i, t)$
3. Pseudoustaljeni protok fluida (*pseudosteady-state flow, semisteady-state flow, quasi steady-state flow*): $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i = \text{const.}$



Slika 4.7. Protoci prema promjeni tlaka u vremenu.

4.4 JEDNADŽBE PROTOKA OVISNO O GEOMETRIJI PROTJECANJA I VRSTI FLUIDA

4.4.1 Linearni protok nestlačivog fluida (tekućina)



$$q = -k \frac{A}{\mu} \frac{d\Phi}{d\ell}$$

Nakon sređivanja, u diferencijalnom obliku:

$$\frac{q}{A} \int_0^L d\ell = -k \frac{1}{\mu} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad (4.13)$$

Nakon integracije po cijelom intervalu: $\frac{q}{A} (L-0) = -k \frac{1}{\mu} (\Phi_2 - \Phi_1)$

Konačna jednadžba za linearni protok nestlačivog fluida glasi (jedm 4.8):

$$q = -k \frac{A}{L} \frac{1}{\mu} (\Phi_2 - \Phi_1) = -k \frac{A}{L} \frac{1}{\mu} \Delta\Phi$$

Za poseban slučaj horizontalnog protoka potencijal je jednak tlaku (jedm. 4.9):

$$q = -k \frac{A}{L} \frac{1}{\mu} (p_1 - p_2) = -k \frac{A}{L} \frac{1}{\mu} \Delta p$$

4.4.2 Linearni protok slabo stlačivog fluida (tekućina)

Promjena volumena s tlakom se opisuje koeficijentom stlačivosti (kompresibilnosti, c , Pa^{-1}) pri nekom referentnom tlaku (p_{ref} , Pa):

$$V = V_{ref} \left[1 + c (p_{ref} - p) \right] \quad (4.14)$$

Pri tome je p_{ref} tlak u kojem je određen koeficijent stlačivosti, a p tlak na temelju kojeg je određena promjena volumena za dotični koeficijent stlačivosti. Općenito je koeficijent stlačivosti definiran kao:

$$c = \frac{1}{V_{ref}} \cdot \frac{\partial V}{\partial p} \quad (4.15)$$

i kao takav predstavlja tzv. stlačivost u točki, što je tangenata na krivulju p - V , pošto se radi o infinitezimalnoj promjeni tlaka. Međutim, često se stlačivost medija (ili pora) računa kao:

$$c = \frac{1}{V_{ref}} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad (4.16)$$

i tad različita definicija relativnog volumena može davati bitno različiti koeficijent stlačivosti.

Pod pretpostavkom da nema gubitaka fluida iz segmenta koji se promatra za protok, vrijedi:

$$q = q_{ref} \left[1 + c(p_{ref} - p) \right] \quad i \quad (4.17)$$

$$\frac{q}{A} = \frac{q_{ref} \left[1 + c(p_{ref} - p) \right]}{A} = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{d\ell} \quad (4.18)$$

Nakon sređivanja, konačni oblik jednadžbe je:

$$q_1 = \frac{kA}{c\mu L} \ln \left[1 + c(p_{ref} - p) \right] \quad (4.19)$$

Ovakav tip jednadžbe se najčešće koristi za proračun sukcesivnog niza promatranih segmenata stijene, tj. za male razdaljine (L). U takvom nizu proračuna, mora postojati pravilo odabira referentnog volumena (sredina segmenta, ulaz u segment, izlaz iz segmenta), pa je jednadžba (4.19) validna npr. za računanje protoka računajući elastična svojstva (stlačivost) fluida prema referentnom ulaznom tlaku ($p_{ref}=p_1$).

$$q_1 = \frac{kA}{c\mu L} \ln \left[1 + c(p_1 - p_2) \right]$$

A prema referentnom izlaznom tlaku ($p_{ref}=p_2$):

$$q_2 = \frac{kA}{c\mu L} \ln \left[1 + c(p_2 - p_1) \right]$$

4.4.3 Linearni protok stlačivog fluida (plin)

Ukoliko su tlakovi mali, linearni protok stlačivog fluida (idealni plin) se može računati pri srednjem tlaku:

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

Nakon što se analogno pojednostavi sustav jednačbi i za $\bar{q}$ (uz pretpostavku $p q = \bar{p} \bar{q}$), jednačba poprima oblik:

$$\bar{q} = -k \frac{A}{\mu L} (p_2 - p_1)$$

Pri većim temperaturama i tlakovima, potrebno je uzeti u obzir da gustoća realnog plina odstupa od gustoće idealnog što se korigira faktorom odstupanja realnog plina, Z :

$$pM = \rho ZRT \Rightarrow V = \frac{nZRT}{p}$$

Pri čemu je M molarna masa plina (g/mol)

$$\text{tj.} \quad \frac{p q}{Z T} = \frac{p_{sc} q_{sc}}{T_{sc}}$$

ukoliko je broj molova na ulazu i izlazu isti, a tlak na izlazu jednak atmosferskom ($Z=1$), pri čemu indeks sc označava tzv. standardne uvjete (15.6°C, tj. 288.75 K i 101325 Pa)

$$q = q_{sc} Z \left(\frac{p_{sc}}{p} \right) \left(\frac{T}{T_{sc}} \right)$$

Iako se u literaturi često može pronaći diferencijalni oblik Darcyve jednačbe, primjena takvog oblika je praktična tek kad se mijenjaju svojstva fluida (u ovom slučaju gustoća fluida i Z faktor) koji protječe. Sređivanjem i pisanjem u diferencijalnom obliku:

$$\frac{q}{A} = q_{sc} Z \left(\frac{p_{sc}}{p} \right) \left(\frac{T}{T_{sc}} \right) \left(\frac{1}{A} \right) = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{d\ell}$$

$$\left(\frac{q_{sc} p_{sc} T}{k A T_{sc}} \right) \int_0^L d\ell = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{Z \mu_g} dp \quad (4.20)$$

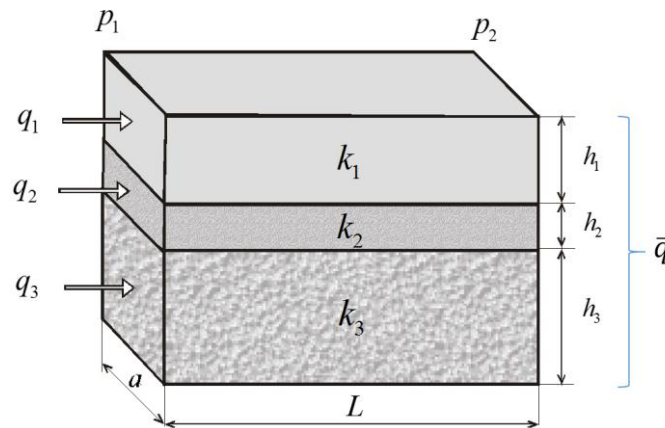
Jednačba za linearni protok realnog plina pri standardnim uvjetima (*standard conditions*, s.c. – 60°F = 15.6°C, 101 325 Pa $\approx$ 1 bar) je nakon integriranja jednačbe (4.20):

$$q_{sc} = \frac{k A (p_1^2 - p_2^2) T_{sc}}{p_{sc} L Z \mu_g T} \quad (4.21)$$

4.4.4 Varijacije propusnosti u linearnom sustavu protjecanja fluida

Ležišta su u stvarnosti izrazito heterogen medij za protjecanje koji se najčešće sastoji od slojeva ili blokova različite građe i/ili svojstava. Zato u mnogim geološkim formacijama ležišne stijene pokazuju manji ili veći stupanj anizotropije, drugim riječima, postoje prostorne varijacije propusnosti. Geometrija anizotropnog poroznog medija može se lako opisati pojednostavljenim modelom serijskih ili paralelnih promjena propusnosti.

U slučaju **paralelnih promjena propusnosti** (slika 4.8), poznato je kako kod sedimentnih stijena u većini slučajeva propusnost pada sa dubinom (unutar propusnog sloja).



Slika 4.8. Paralelne promjene propusnosti za proračun protoka pod pretpostavkom da nema komunikacije fluida između proslojaka.

Pod pretpostavkom da se u svim slojevima protjecanje fluida odvija pri istoj razlici tlakova:

$$\Delta p = p_2 - p_1$$

Uz istu širinu slojeva (a), veličina protoka kroz svaki individualni sloj ovisi o debljini, h_i i propusnosti, k_i

$$\text{proslojka: } q_i = k_i \frac{(a h_i)}{\mu L} \Delta p$$

Ukupni protok jednak je zbroju protoka kroz pojedine slojeve $q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N$ i proporcionalan je prosječnoj propusnosti svih slojeva, $\bar{k}$ te ukupnoj debljini (zbroju svih proslojaka), h :

$$q = \bar{k} \frac{(a h)}{\mu L} \Delta p$$

Navedeni izrazi mogu se kombinirati s izrazom

$$q = \bar{k} \frac{(a h)}{\mu L} \Delta p$$

kako bi se dobio konačni izraz za prosječnu (efektivna) propusnost paralelno naslaganih slojeva jednakih širina, a i različitih debljina ($A_i = a \times h_i$):

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^N k_i h_i}{\sum_{i=1}^N h_i} \quad (4.22)$$

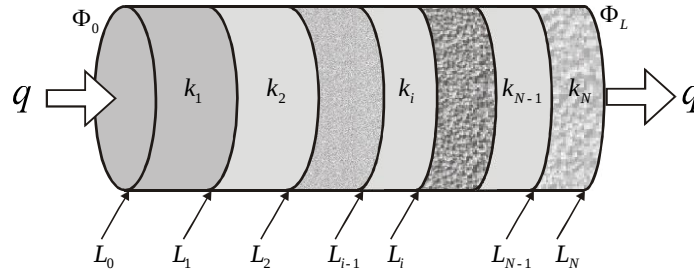
Izraz se lagano prilagodi i za slučaj različitih širina i debljina ($A_i = a_i \times h_i$):

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^N k_i A_i}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad (4.23)$$

Slučaj **serijskih promjena propusnosti** (slika 4.9) je najočitiji u području blizu bušotine gdje se nakon bušenja i cementiranja bušotine te perforiranja cijevi može značajno smanjiti propusnost.

$$L = \sum_{i=1}^N \ell_i$$

$$\ell_i = L_i - L_{i-1}$$



Slika 4.9. Serijske promjene propusnosti

$$q \sum_{i=1}^N \frac{\ell_i}{k_i} = -\frac{A}{\mu} \Delta \Phi$$

Fluks je tada:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k_i}{\mu} \left(\frac{d\Phi}{d\ell} \right)_i \Rightarrow q \frac{d\ell}{k_i} = -\frac{A}{\mu} d\Phi \Rightarrow q \int_0^L \frac{d\ell}{k_i} = -\frac{A}{\mu} \int_{\Phi_0}^{\Phi_L} d\Phi$$

Posljedično, može se napisati:

$$q \sum_{i=1}^N \frac{\ell_i}{k_i} = -\frac{A}{\mu} \Delta \Phi$$

Za taj isti anizotropni medij može se napisati Darcyjeva jednačba za ukupni linearni protok kroz razmatrani segment na sljedeći način:

$$q = -\bar{k} \frac{A}{\mu} \frac{\Delta \Phi}{L}$$

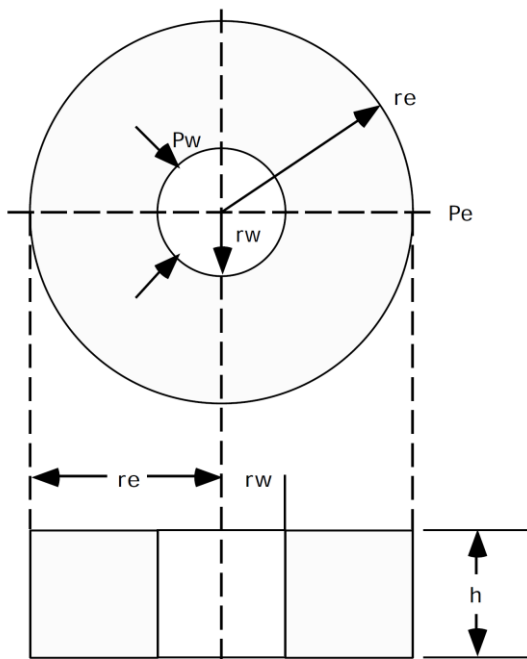
Dakle, uveden je pojam prosječne propusnosti za serijske promjene - prosječna, srednja ili efektivna propusnost (engl. *average permeability, apparent permeability*):

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^N \ell_i}{\sum_{i=1}^N \frac{\ell_i}{k_i}} = \frac{L}{\sum_{i=1}^N \frac{\ell_i}{k_i}} \quad (4.24)$$

4.4.5 Radijalni protok nestlačivog fluida

U slučaju radijalnog protoka, razmatra se protok fluida kroz segment poroznog medija anularnog (prstenastog) oblika, čije dimenzije određuje razlika radijusa između dva koncentrična cilindra (najčešće radijusa bušotine, r_w i drenažnog radijusa, r_e) iste visine, h (debljine), a nastaje zbog razlike potencijala od većeg radijusa prema manjem (suprotan smjer nego kod linearnog protoka - $d\ell = -dr$).

Na drenažni radijus, tj. radijus crpljenja može se utjecati tlačnom depresijom u bušotini. To je radijus nakon kojeg se više ne mogu uočiti padovi ležišnog tlaka (ležišni tlak je tlak koji se prilikom proizvodnje održi tek izvan drenažnog radijusa, r_e tj. ležišni tlak je jednak tlaku na drenažnom radijusu, p_e) zbog trenutne tlačne depresije u bušotini (tlak u bušotini radijusa r_w se označava s p_w).



Slika 4.10. Geometrija radijalnog protoka.

Volumetrijski protok kroz bilo koji radijus definiran je kao:

$$u = \frac{q}{A} = + \frac{k}{\mu} \frac{d\Phi}{dr} \quad (4.25)$$

Napomena: potencijal (tlak) se povećava u istom smjeru kao i radijus – što uzrokuje promjenu predznaka ispred desnog kraja jednadžbe iz minusa u plus.

Površina presjeka protjecanja je površina plašta cilindra, $A = 2\pi r h$ te se uvrštavanjem

$$\frac{q}{2\pi r h} = \frac{k}{\mu} \frac{d\Phi}{dr} \quad \text{i sređivanjem dobije} \quad q \frac{dr}{r} = k \frac{2\pi h}{\mu} d\Phi$$

Pisanjem u diferencijalnom obliku jednačba glasi:

$$q \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = k \frac{2\pi h}{\mu} \int_{\Phi_w}^{\Phi_e} d\Phi \quad (4.26)$$

Kako je $\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \ln x_2 - \ln x_1 = \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$, konačni izraz za radijalni protok nekompresibilnog fluida glasi:

$$q = k \frac{2\pi h}{\mu} \frac{(\Phi_e - \Phi_w)}{\ln(r_e/r_w)},$$

tj. za horizontalno protjecanje:

$$q = k \frac{2\pi h}{\mu} \frac{(p_e - p_w)}{\ln(r_e/r_w)} \quad (4.27)$$

4.4.6 Radijalni protok slabostlačivog fluida (tekućina)

Kada se izraz za protok slabostlačivog fluida uvrsti u jednačbu za radijalni protok:

$$\frac{q_{ref} [1 + c(p_{ref} - p)]}{2\pi r h} = \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr},$$

q_{ref} - protok pri nekom referentnom tlaku

Napiše se diferencijalni oblik

$$\frac{q_{ref} \mu}{k 2\pi r h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = \int_{p_w}^{p_e} \frac{dp}{1 + c(p_{ref} - p)}$$

i integriranjem se dobije konačni izraz:

$$q_{ref} = \left[\frac{k h}{\mu c \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \ln \left[\frac{1 + c(p_e - p_{ref})}{1 + c(p_w - p_{ref})} \right]$$

Ako je referentni tlak dinamički tlak bušotine, p_w :

$$q = \left[\frac{k h}{\mu c \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \ln [1 + c(p_e - p_w)] \quad (4.27)$$

Pri računanju količine proizvedene nafte na površinskim uvjetima najprikladnije je koristiti volumni faktor nafte (B_o , m^3/m^3):

$$q_o = \left[\frac{k h}{\mu_o c_o B_o \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \ln [1 + c_o(p_e - p_w)] \quad (4.28)$$

Volumni faktor (nafte), B_o je omjer volumena nafte pri ležišnim uvjetima, $q_{o,r.c.}$ i volumena (otparene) nafte pri standardnim uvjetima, $q_{o,s.c.}$:

$$B_o = \frac{V_{o,rc}}{V_{o,sc}} = \frac{q_{o,rc}}{q_{o,sc}} \quad (4.29)$$

Volumni faktor se mora koristiti pošto dolazi do velikih promjena volumena nafte od ležišta do površine, uslijed stlačivosti nafte, ali još više zbog otpuštanja mase plina zbog smanjenja tlaka. Naime, nafta će pri ležišnom tlaku biti u tekućoj fazi, a neakon određenog smanjenja tlaka u ležištu i/ili bušotini, iz nafte će se izdvajati plin. Iz tog razloga, umjesto da nafta ekspandira, otplinjavanjem se povećava gustoća tekuće faze tj. nafte i njen volumen će se smanjivati. Uobičajene vrijednosti volumnog faktora su između $1 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (potpuno otplinjena nafta, tzv. mrtva nafta, engl. *black oil* ili *dead oil*) i $2 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (nafta pri početnim uvjetima proizvodnje u ležištu).

4.4.7 Radijalni protok stlačivog fluida (plin)

Izvod jednadžbi analogan onom za linearni protok plina. Izotermni volumetrijski protok idealnog plina kroz porozni medij pri nekom tlaku p je (prema jednadžbi 4.21):

$$q = k \frac{\pi h}{\mu} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{p \ln(r_e/r_w)} \quad (4.30)$$

radijalni protok idealnog plina pri srednjem tlaku je:

$$\bar{q} = k \frac{2\pi h}{\mu} \frac{(p_2 - p_1)}{\ln(r_e/r_w)} \quad (4.31)$$

Protok realnog plina kroz radijus r može se izračunati iz protoka plina mjerenog pri standardnim p, T -uvjetima pomoću volumnog faktora plina B_g pri tlaku p . Pri tome je potrebno postaviti jednadžbe stanja plina za ležišne (r.c.) i standardne uvjete (s.c.).

$$B_g = \frac{q_{g \text{ r.c.}}}{q_{g \text{ s.c.}}} = \frac{V_{g \text{ r.c.}}}{V_{g \text{ s.c.}}} = \frac{Z_{r.c.} nRT_{r.c.} / p_{r.c.}}{Z_{s.c.} nRT_{s.c.} / p_{s.c.}} \quad (4.32)$$

i ako se uzme u obzir da nema gubitaka mase pri protoku (broj molova, n =konstanta) je korekcijski faktor za realni plin, $Z=1$ pri standardnim uvjetima (ponaša se kao idealni plin, nema korekcije), $p_{s.c.}=1$ bar i $T_{s.c.}=15.6^\circ\text{C}=288.75\text{K}$:

$$B_g = \frac{Z_{r.c.} nRT_{r.c.}}{288.75 p_{r.c.}}$$

Uvrštavanjem u radijalni oblik Darcyve jednadžbe, dobije se:

$$q \frac{Z p_{sc} T}{(2\pi r h) p T_{sc}} = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}$$

Jednadžba za protok realnog plina u tlačnom području od 0 do ~130 bar (područje u kojem će plin biti jako stlačiv i gradijent tlaka od r_w do r_e nije linearan):

$$q \left(\frac{Z \mu p_{sc} T}{(2\pi h) k T_{sc}} \right) \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = - \int_{p_w}^{p_e} p dp = \frac{1}{2} (p_w^2 - p_e^2) \quad (4.33)$$

$$q \frac{Z \mu p_{sc} T}{(\pi h) k T_{sc}} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) = p_w^2 - p_e^2$$

$$q = \frac{k h \pi T_{sc} (p_w^2 - p_e^2)}{p_{sc} T Z \mu \ln(r_e / r_w)} \quad (4.34)$$

Jednadžba za protok realnog plina u području tlakova > od ~130 bar

$$q = \frac{k h \pi T_{sc} (p_w - p_e)}{p_{sc} T (Z \mu / \bar{p}) \ln(r_e / r_w)}, \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{p_w^2 + p_e^2}{2}} \quad (4.35)$$

4.4.8 Varijacije propusnosti u radijalnom sustavu protjecanja fluida

Radijalni protok uz **paralelne promjene propusnosti**. Pretpostavke i izvod su analogne kao i kod linearnog protoka. Za protoke kroz segmente vrijedi:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_N = \sum_{i=1}^N q_i$$

Ukupna visina je jednaka:

$$h = h_1 + h_2 + \dots + h_N = \sum_{i=1}^N h_i$$

Ukupni protok je:

$$q = \sum_{i=1}^N \frac{2\pi k_i h_i \Delta p}{\mu \ln(r_e/r_w)}$$

Uz pretpostavku pravilnog cilindra, konstantnog dinamičkog tlaka i radijusa bušotina te horizontalnog protoka:

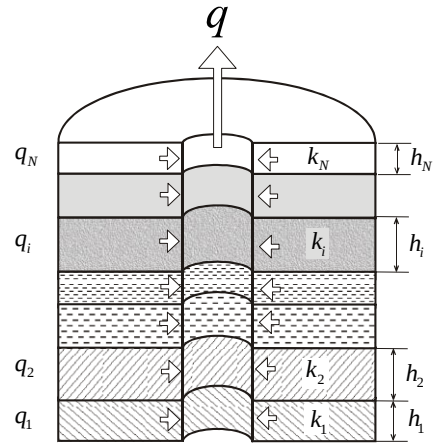
$$q = \frac{2\pi \Delta p}{\mu \ln(r_e/r_w)} \sum_{i=1}^N k_i h_i$$

Analogno se dođe i do izraza za prosječnu propusnost:

$$\bar{k} = \sum_{i=1}^N k_i \frac{h_i}{h} \quad (4.36)$$

Tada je moguće ukupni protok izraziti pomoću prosječne propusnosti

$$q = \frac{2\pi \bar{k} h}{\mu \ln(r_e/r_w)} \Delta p$$



Slika 4.11. Radijalni protok uz paralelne promjene propusnosti

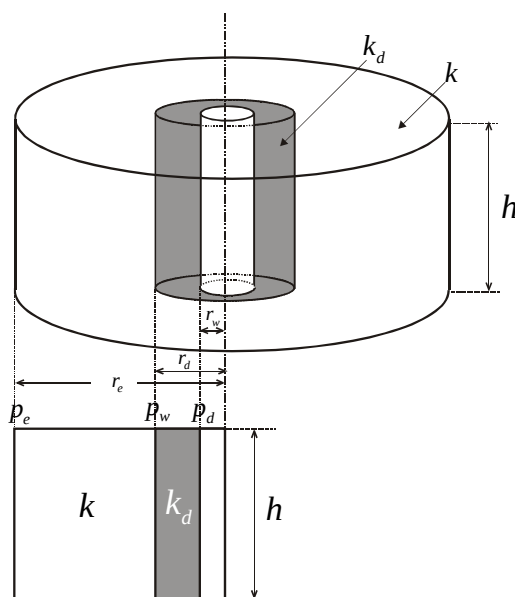
Radijalni protok uz serijske promjene propusnosti.

Tijekom izrade bušotine isplaka prodire u pore stijene, gdje se krute čestice iz isplake talože (*mud cake*), smanjujući porni volumen i propusnost stijene, ponekad i za red veličine.

Propusnost oštećene pribušotinske zone znatno je manja od originalne propusnosti ležišne stijene, tako da je u praksi najčešći slučaj serijske promjene propusnosti uz radijalnu geometriju strujanja fluida iz ležišta u bušotinu:

Za radijalni protok fluida uz serijske promjene propusnosti te izraza za prosječnu propusnost, najmanje što je potrebno razmotriti je segment ležišne stijene konstantne debljine h , koji uključuje anularni segment oštećene zone od r_w do r_d propusnosti (k_1) i segment do drenažnog radijusa (r_e), propusnosti k (slika 4.12).

Tada je ukupna razlika tlaka u sustavu jednaka je zbroju tlačnih gradijenata:



Slika 4.12. Radijalni protok uz serijske promjene propusnosti

$$(p_e - p_w) = (p_e - p_d) + (p_d - p_w)$$

i

$$(p_e - p_w) = \frac{1}{\bar{k}} \frac{q \mu \ln(r_e/r_w)}{2\pi h}$$

te se uvrštavanjem r_d dobije:

$$\frac{1}{\bar{k}} \frac{q \mu \ln(r_e/r_w)}{2\pi h} = \frac{1}{k} \frac{q \mu \ln(r_e/r_d)}{2\pi h} + \frac{1}{k_d} \frac{q \mu \ln(r_d/r_w)}{2\pi h}$$

Uređenjem gornjeg izraza i rješavanjem dolazi se do izraza za prosječnu propusnost pri radijalnom protjecanju uz serijske promjene propusnosti dvaju segmenata

$$\bar{k} = \frac{k_1 k_e \ln(r_e/r_w)}{k_1 \ln(r_e/r_1) + k \ln(r_1/r_w)} \quad (4.37)$$

Ako se radijalnu jednadžbu za promjenu radijusa pokaže diferencijalno: $\frac{2\pi h}{q\mu} dp = \frac{(dr/r)}{\bar{k}}$

dobije se konačni izraz za radijalni horizontalni protok fluida uz serijske promjene propusnosti:

$$q = \frac{2\pi h(p_e - p_w)}{\mu \left[\frac{1}{k_1} \ln(r_1/r_w) + \frac{1}{k} \ln(r_e/r_1) \right]}$$

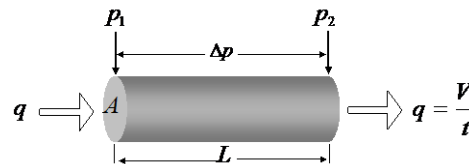
Proširenjem jednadžbi za niz promjena propusnosti u smjeru radijusa (serijske promjene propusnosti) izveden je konačni izraz za prosječnu propusnost:

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln(r_i/r_{i-1})}{k_i}} \quad (4.38)$$

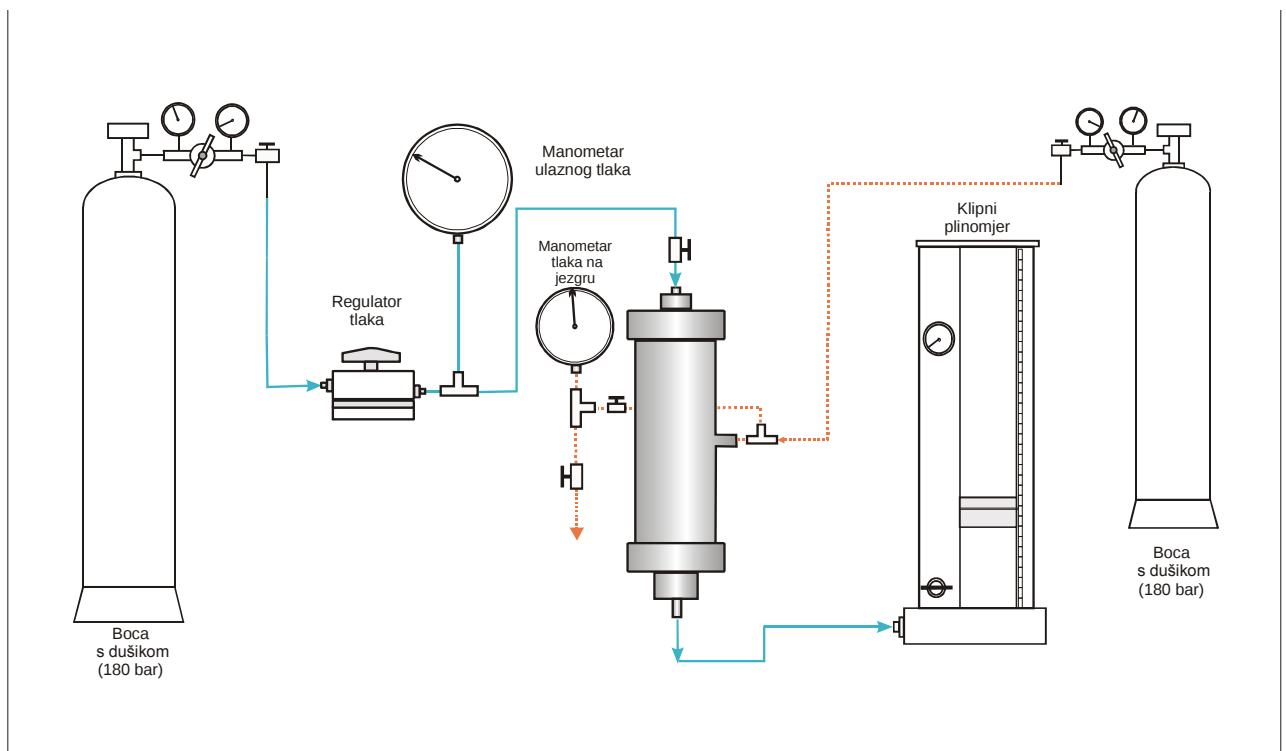
4.4.9 Mjerenje propusnosti

Tijekom eksperimenta protjecanja plina ili tekućine poznate viskoznosti kroz jezgru poznatih dimenzija, mjere se volumeni fluida u jedinici vremena (tj. volumetrijski protok, q) te pripadni tlačni gradijent. Ovi eksperimentalni podatci, uvršteni u Darcyjevu jednadžbu za protok fluida omogućuju računanje apsolutne propusnosti:

$$k = \frac{V}{t} \frac{L}{A} \mu \Delta p$$



Za mjerenje propusnosti, koristi se uređaj (slika 4.13) s hidrostatskim držačem jezgre (slika 4.14), kako bi se mogli simulirati ležišni uvjeti (efektivni tlak na stijenke pornog prostora, tj. razlika petrostatskog i tlaka fluida u porama) te kako bi se u gumenom rukavcu jezgre u koji se stavlja uzorak osiguralo da nema protoka pored uzorka.



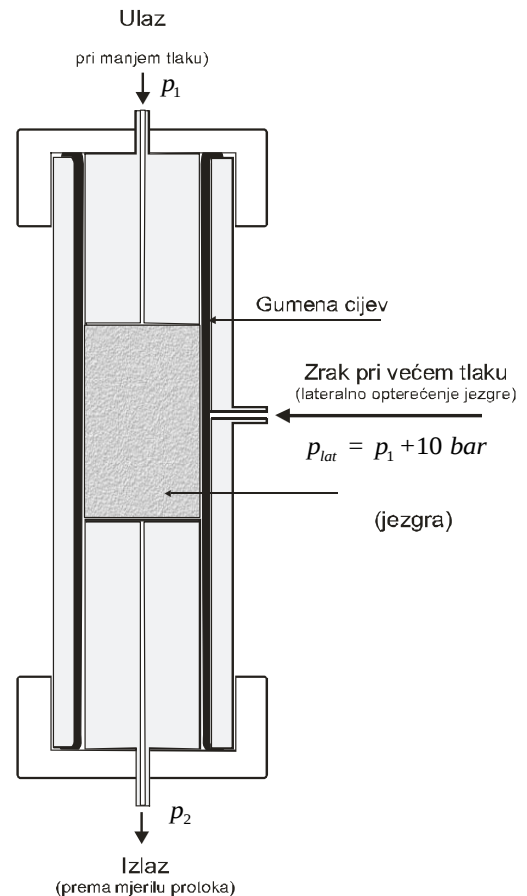
Slika 4.13. Shema uređaja za mjerenje propusnosti protokom plina.

Dušik iz boce je izvor tlakova koji simuliraju petrostatski i porni tlak. Iako se na jezgru primjenjuje tlak cca 10 bar (bitno manji od petrostatskog), svrha je postići ležišni efektivni tlak koji je razlika pornog i petrostatskog.

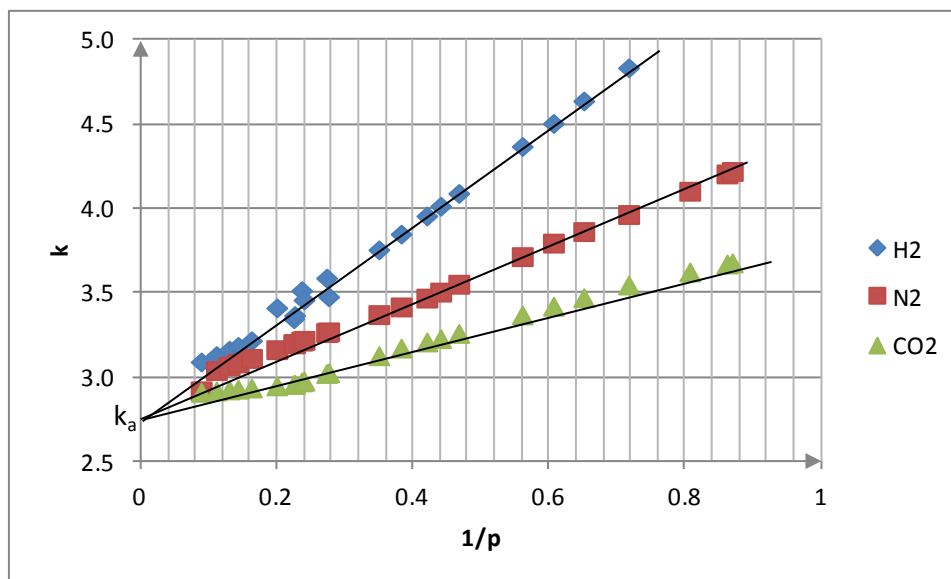
Na slici 4.14 shematski je prikazan hidrostatski držač jezgre. Iz boce s dušikom se primjenjuje tlak na vanjski omotač gumenog rukavca u kojem se nalazi jezgra, učvšćena metalnim elementom odozgora i odozdo. Metalni element ima rupicu za protok i kanaliće za raspodjelu tlaka plina po površini baza valjka-jezgre. Za plinsku permeametriju najčešće se koristi **Hasslerov** tip držača. Takav držač ima u sebi elastični gumeni rukavac koji osigurava dobro brtvljenje plina. Petrostatski (engl. *overburden*, *confining pressure*) tlak između držača i gume dodatno pomaže brtvljenju uz gornji i donji poklopac. Za utiskivanje tekućine, koristi se drugačiji tip držača sa krutijim gumenim rukavcem jer nije potrebna ovakva izvedba brtvljenja.

Regulatorom tlaka održava se konstantan ulazni tlak plina (dušika), što se očitava na manometru postavljenom iza regulatora te tlakom p_1 plin ulazi u držač i prolazi jedino kroz jezgru (a ne pored jezgre, uz rukavac i sl). Plin izlazi iz držača i visokotlačnim vodom dolazi u klipni plinomjer gdje se satom sa zapinjačem u nekoliko točaka mjeri vrijeme i volumen plina koji je prošao kroz jezgru. Također, u plinomjeru postoji i manometar za očitavanje izlaznog tlaka (koji je približno jednak atmosferskom). Mjerenje apsolutne propusnosti protokom plina ovisi o ulaznom tlaku. Stoga se takvo mjerenje mora korigirati za proklizavanje plina do kojeg dolazi pri nižim tlakovima. U principu, mjerenje se zbog tehničke izvedbe uređaja izvodi pri malom ulaznom tlaku, ali bi bilo preciznije u sustavu pri jako visokim tlakovima (pri čemu i dalje razlika tlakova na ulazu i izlazu može ostati ista, tj. mala, kako bi se osigurao laminaran protok). Stoga se radi korekcija za Klinkenbergov efekt tako da se na x os nanosi $1/(ulazni\ tlak)$, a na y os se unose preračunati koeficijenti propusnosti. Ekstrapolacijom osrednjenog korelacijskog pravca koji najbolje korelira nekoliko mjerenja na istom uzorku, ali s različitim ulaznim tlakovima do sjecišta s osi y dobiva se korigirana apsolutna propusnost (Slika 4.15., cijeli postupak mjerenja i proračuna opisan je u uputama za praktikum iz petrofizike, Vulin, 2016).

Izvorni rad u kojem je ispitivanjem propusnosti za nekoliko različitih plinova pri različitim tlakovima pokazano kako se ekstrapolirani korelacijski pravci sijeku u točki $1/p$ (beskonačan tlak protjecanja) objavio je **Klinkenberg (1941.)**. Ta točka predstavlja apsolutni koeficijent propusnosti. Primjenjivost ovako definirane apsolutne propusnosti je tad jednoznačna, naime, propusnost ne ovisi o tlaku, ali ne ovisi niti o sastavu fluida pošto korelirani pravci propusnosti mjerene različitim fluidima konvergiraju u istu točku korigirane Klinkenbergove (apsolutne) propusnosti.



Slika 4.14. Hidrostatski držač jezgre



Slika 4.15. Korekcija mjerenih propusnosti za Klinkenbergov efekt

4.5 POVEZANOST HIDRAULIČKE VODLJIVOSTI I KOEFICIJENTA PROPUSNOSTI

Fizika protjecanja tekućina, bez obzira na sastav fluida, u načelu je ista. Međutim, radi praktičnosti, za stanovite primjene se koristi tj. mjeri hidraulička vodljivost, dok se za druge primjene određuje koeficijent propusnosti.

Hidraulička vodljivost (K , m/s) se može definirati kao svojstvo tla ili stijene koje određuje brzinu kojom **voda** može prolaziti kroz to isto tlo ili stijenu. Kada se razmatra protok vode u vodonosniku, mjerenje hidrauličke vodljivosti i koeficijenta propusnosti se može opisati jednodimenzionalnim Darcyevim protokom:

$$K = \frac{k \rho g}{\mu} = \frac{|U|}{|dh/dz|} \quad (4.39)$$

k – Darcyev koeficijent propusnosti, m^2 ($10^{-12} m^2 = 1$ Darcy)

K – hidraulički konduktivitet (vodljivost), m/s

μ – dinamička viskoznost fluida, $\frac{kg}{m \cdot s} = Pa \cdot s = 1000 cP$

ρ – gustoća fluida, kg/m^3

g – koeficijent gravitacijske akceleracije, $g = 9.80665 m/s^2$

Ako se zanemari stlačivost vode, može se uzeti $\rho_w = 1000$ i tad je jasan da je hidraulički konduktivitet proporcionalan omjeru koeficijenta propusnosti i dinamičke viskoznosti. Ipak, ne smije se zanemariti da je hidraulički konduktivitet zaista koeficijent koji definira i svojstvo stijene i svojstva fluida u stijeni (za razliku od koeficijenta apsolutne propusnosti koji ovisi samo o svojstvima stijene), jer će se povećanjem temperature smanjivati i viskoznost vode.

Svojstva vode pri različitim uvjetima temperature prikazana su tablicom 4.1. Za brzo preračunavanje, analiziran je odnos temperature i gustoće te viskoznosti vode, tj. odnos $T - \rho_w \cdot \frac{g}{\mu_w}$ (slika 4.16).

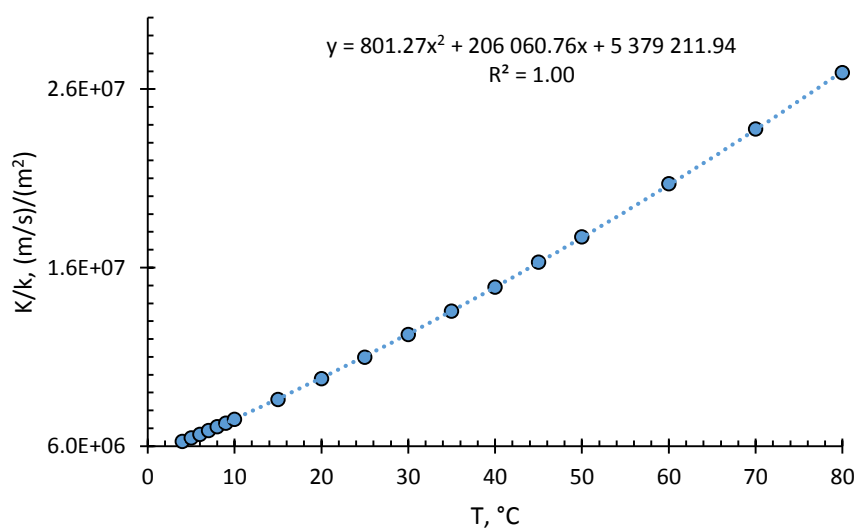
Tablica 4.1. Dinamička viskoznost i gustoća vode pri različitim temperaturama.

$T, ^\circ\text{C}$	μ_w, mPas	$\rho_w, \text{kg/m}^3$
4	1.5673	1000.0
10	1.3059	999.7
15	1.1375	999.1
20	1.0016	998.2
25	0.8900	997.0
30	0.7972	995.6
35	0.7191	994.0
40	0.6527	992.2
45	0.5958	990.2
50	0.5465	988.0
60	0.4660	983.2
70	0.4035	977.8
80	0.3540	971.8

Regresijom na krivulju sa slike 4.16 dobivena je korelacija kojom se brzinski može vršiti konverzija iz koeficijenta propusnosti k (m^2) u hidrauličku vodljivost K (m/s):

$$K = (801.27 \cdot T^2 + 206\,060.76 \cdot T + 5\,379\,211.94) \cdot k \quad (4.40)$$

gdje je temperatura T u $^\circ\text{C}$



Slika 4.16. Omjer hidrauličke vodljivosti i koeficijenta propusnosti u odnosu na temperaturu ($p = \text{const} \sim 1 \text{ atm}$)

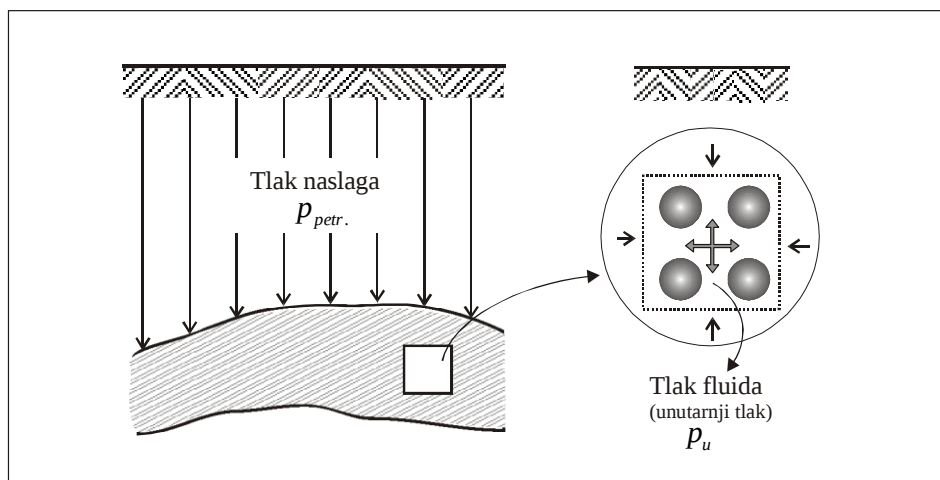
PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA ČETVRTOG POGLAVLJA:

1. Napiši Darcyevu jednadžbu protjecanja kroz pješčani filter (površine protjecanja A , duljine L , uz razliku visina Δh); o čemu ovisi konstanta C u dotičnoj jednadžbi i koja je mjerna jedinica volumetrijskog toka, q ?
2. Kako je definiran volumetrijski tok (fluks); koja je mjerna jedinica volumetrijskog toka (u)?
3. Što je linearna brzina?
4. Kako se može pisati potencijal protjecanja, izraženo pomoću tlaka i gustoće fluida koji protječe; kada su potencijal i tlak jednaki po iznosu?
5. Koliko je jedan mD m^2 i koliko je to mm^2
6. O kojim karakteristikama ležišne stijene i fluida ovisi matematički oblik jednadžbi za računanje protoka?
7. Kako se fluidi mogu podijeliti prema stlačivosti?
8. Koje geometrije protjecanja se mogu pretpostaviti za primjenu Darcyve jednadžbe?
9. Koji su režimi protjecanja fluida?
10. Nabroji kakve sve varijacije propusnosti se mogu pretpostaviti za računanje srednjeg koeficijenta propusnosti u heterogenoj stijeni?
11. Kako se mjeri apsolutna propusnost, što je Klinkenbergov efekt i kako se radi korekcija za Klinkenbergov efekt?

5 MEHANIČKA SVOJSTVA STIJENA

5.1 TLAKOVI KOJI UZROKUJU OPTEREĆENJE NA STIJENU U LEŽIŠTU

Mehanička svojstva ležišnih stijena koja se razmatraju su deformacije pod utjecajem vanjskog i/ili unutrašnjeg tlačnog opterećenja (slika 5.1). Ukupno tlačno opterećenje, kojem je podvrgnuta stijena na bilo kojoj dubini u podzemlju (ležištu) rezultat je težine stijena i fluida iznad te lokacije i naziva se tlakom naslaga ili petrostatskim, katkada i geostatskim ili litostatskim tlakom (engl. *overburden*, *confining pressure*, *petrostatic pressure*).



Slika 5.1. Shematski prikaz tlakova u dubokoj stijeni

Tlak naslaga je suma tlaka matrice (tlak između zrna) stijene i tlaka fluida u porama stijene:

$$P_{naslaga} = P_{fluida} + P_{matrice}$$

Ukupni tlak naslaga na bilo kojoj dubini ostaje konstantan, zato vrijedi:

$$d(P_{fluida}) = -d(P_{matrice})$$

Tlakovi koji djeluju na matricu stijene s dvije strane i koji djeluju na mikroskopske pomake u načinu slaganja zrna su vanjski tlak (tj. petrostatski tlak koji ovisi o dubini, te o litologiji) i unutarnji, porni tlak (tlak ležišta). Unutarnji, porni tlak je uvijek manji od petrostatskog tlaka.

Za pretpostavku petrostatskog tlaka (ili pornog, u slučaju da nije izmjeren u bušotini) koristi se **tlačni gradijent** dp/dh koji ovisi o gustoći i dubini ($p = \rho g h$).

Tlak fluida u porama stijene, tj. ležišni tlak, je najčešće jednak ili blizak tlaku stupca vode, mjerenom od površine do dubine zalijeganja ležišne stijene, pa se u nedostatku podataka o gustoćama svih fluida od površine do dna uzima da je 0.1 bar/m

Tlak naslaga stijena do dubine zalijeganja elementa ležišne stijene (p_{ob}) ovisi o srednjoj gustoći ukupne stijene ρ_b i dubini ($p_0=1$ bar tj. atmosferski tlak) :

$$\underline{p_{ob} = p_0 + \rho_b g h}$$

Gustoća ukupne stijene (tj. čvrsta matrica ρ_r + pore, *bulk rock*) manja je od gustoće njene matrice:

$$\rho_b \approx \rho_r (1 - \phi)$$

Tablica 5.1. Gustoća matrice (zrna) stijena

Vrsta stijene	Gustoća, (kg/dm ³)
Gline	2.64 - 2.66
Vapnenac (kalcit)	2.70 - 2.76
Dolomit	2.82 - 2.87
Pješčenjak	2.65 - 2.67
Kvarc	2.59 - 2.66
Gips	2.30 - 2.40

Prosječni gradijent tlaka naslaga temelji se na prosječnoj gustoći ležišnih stijena zasićenih fluidima, koja iznosi oko 2.300 kg/dm³ ([slika 5.2.](#))

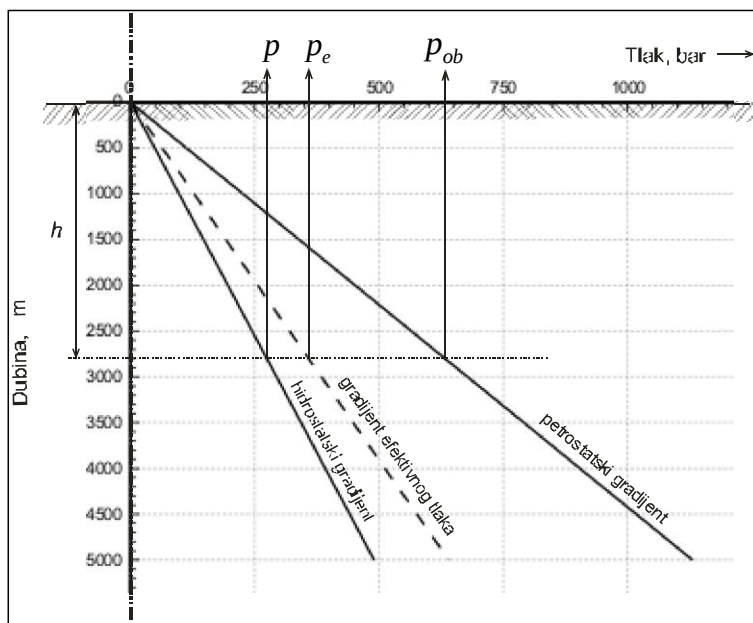
$$\frac{dp_{ob}}{dh} = 0.226 \text{ bar / m}$$

Stvarno (efektivno) opterećenje stijene u podzemlju jednako je razlici vanjskog i unutarnjeg tlaka. Ova razlika tlaka između petrostatskog i pornog tlaka je **efektivni petrostatski tlak**, p_e (također i efektivni tlak naslaga, *effective overburden pressure*, *EOB* ili *net overburden pressure*, *NOB* ili *net confining pressure*, *NCP*):

$$\underline{p_e = p_{ob} - p}$$

Gledajući poopćeno, gradijent efektivnog tlaka se tada može pretpostaviti:

$$\frac{dp_e}{dh} = 0.226 - 0.1 = 0.126 \text{ bar / m}$$



Slika 5.2. Gradijent petrostatskog, efektivnog i hidrostatskog tlaka.

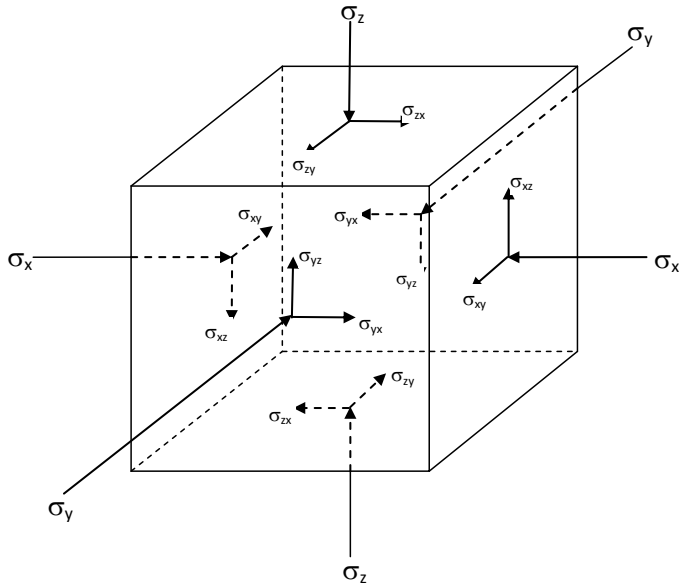
Tijekom proizvodnje ugljikovodičnih fluida iz ležišta, smanjuje se ležišni tlak te, uz konstantni petrostatski tlak, raste efektivni petrostatski tlak. Ovaj porast efektivnog opterećenja ima za posljedicu sljedeće promjene u poroznoj stijeni:

1. Ukupni volumen stijene se smanjuje
2. Ekspandiraju zrna stijene unutar pornog volumena
3. Volumen pora se smanjuje

5.2 NAPREZANJA U LEŽIŠNOJ STIJENI

Stanje i raspored napreznja u jediničnom volumenu porozne stijene u podzemlju mogu se opisati pornim tlakom i tenzorom napreznja (slika 5.3):

$$\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$



Slika 5.3. Element stijene u trodimenzionalnom polju naprezanja

Naprezanje ima dimenziju sile na površinu kao i tlak:

$$\sigma = F/A$$

Tenzor naprezanja može se razdijeliti na hidrostatsku i devijatornu komponentu, matematički prikazano kao zbroj dvije matrice:

$$\sigma = \begin{vmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \bar{\sigma} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \bar{\sigma} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \bar{\sigma} \end{vmatrix}$$

Hidrostatska komponenta:

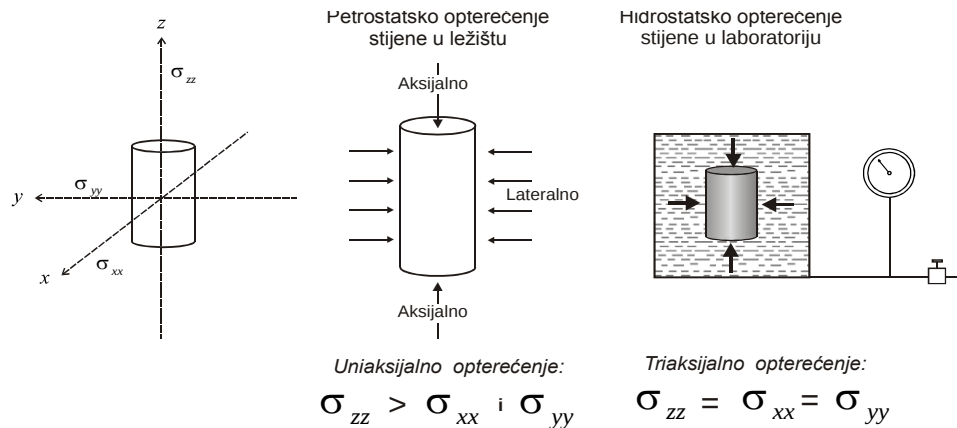
$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = p_{ob}$$

U stvarnim uvjetima ležišta samo vertikalna komponenta naprezanja je konstantna i bitno je veća od horizontalnih komponenata tako da skoro nema deformacije ukupne stijene u horizontalnoj ravnini. Takvo opterećenje stijene naziva se uniaksijalnim opterećenjem, tj. pretežno uzduž jedne (vertikalne) od 3 glavne osi.

Vertikalna komponenta naprezanja uključuje težinu svih naslaga stijena prema:

$$\sigma_{zz} = \int_0^h g [\rho_w \phi + \rho_r (1 - \phi)] dh$$

U laboratorijskim uvjetima, mjerenja kompaktacije stijene pod vanjskim tlakom obavljaju se pod uvjetima hidrostatskog tlaka, karakteriziranog jednakim opterećenjem u sva tri glavna smjera u prostoru. Hidrostatsko opterećenje naziva se i triaksijalnim opterećenjem (slika 5.4):



Slika 5.4. Vrste opterećenja u ležištu i laboratoriju.

Volumetrijsko ponašanje porozne stijene izložene vanjskim i/ili unutarnjim naprezanjima najprikladnije je opisano koeficijentom stlačivosti:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}$$

Pod utjecajem vanjskog naprezanja ukupna stijena, te zrno odnosno pore stijene deformiraju se u različitoj mjeri. Stoga su definirani sljedeći koeficijenti stlačivosti (kompresibilnosti):

1. **stlačivost zrna**, tj. matriksa, c_r (relativna promjena volumena zrna promjenom tlaka, tj. povećanje volumena zrna crpljenjem fluida iz pornog prostora)

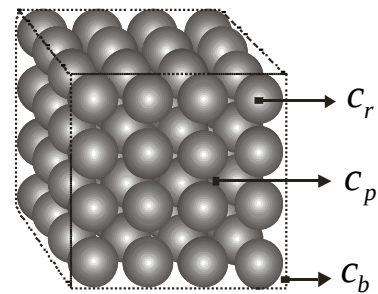
$$c_r = \frac{1}{V_r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial p} \right)_{(\bar{\sigma}-p)} = -\frac{1}{V_r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial \bar{\sigma}} \right)_{(\bar{\sigma}-p)}$$

2. **stlačivost pora**, c_p (relativna promjena volumena pora promjenom tlaka, tj. smanjenje volumena pora crpljenjem fluida iz pornog prostora)

$$c_p = -\frac{1}{V_p} \left(\frac{\partial V_p}{\partial \bar{\sigma}} \right)_p$$

3. **ukupna stlačivost**, c_b (često se zbog male stišljivosti zrna pretpostavlja $c_b = c_p$)

$$c_b = -\frac{1}{V_b} \left(\frac{\partial V_b}{\partial \bar{\sigma}} \right)_p$$



Slika 5.5. Kompresibilnost zrna, pora i ukupna kompresibilnost

4. stlačivost formacije c_f (ako se opterećenje svede na tlak fluida u porama, može se izraziti stlačivost formacije):

$$c_f = \frac{1}{V_p} \left(\frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_{\bar{\sigma}}$$

U engleskoj literaturi izraz stlačivost formacije (engl. *formation compressibility*) se zato rabi za opis ukupne stlačivosti ležišne stijene, s tim da se u praksi izjednačuje sa stlačivošću pora, tj.

$$c_f \approx c_p \approx \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}$$

efektivno opterećenje, tj. efektivni tlak, koji je uzrok deformacije stijene je:

$$p_e = (\bar{\sigma} - p)$$

Iz navedenih jednadžbi očito je da se promjenom stišljivosti stijene mijenja i poroznost ([slika 5.6](#)). Volumen pora brže će se mijenjati smanjenjem pornog tlaka (proizvodnjom) pri manjem efektivnom, tj. pri većem pornom tlaku.

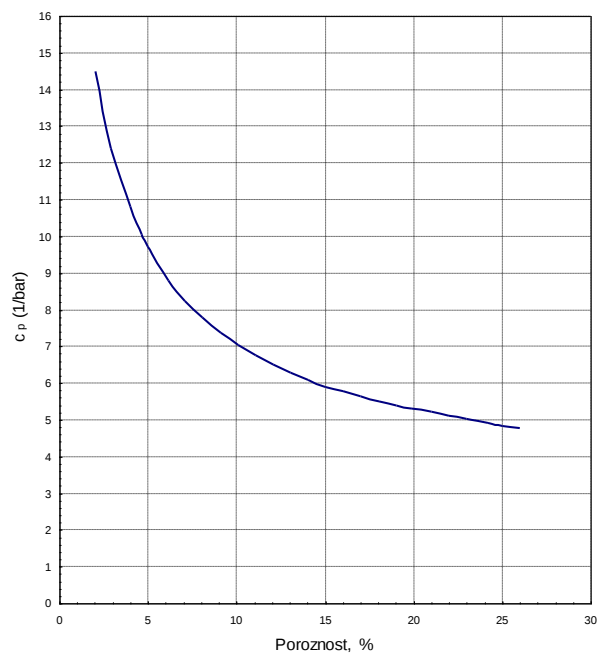
Temeljne izraze za promjene ukupnog i pornog volumena s tlakom izveo je Geertsma ([1957](#)):

$$\frac{dV_p}{V_p} = c_r dp + \frac{1}{\phi} (c_b - c_r) d(\bar{\sigma} - p)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_b}{V_b} &= (c_r - c_b) dp + c_b d\bar{\sigma} \\ &= c_r dp + c_b d(\bar{\sigma} - p) \end{aligned}$$

Hall, H.N. ([1953](#)) je dao najopćenitiju korelaciju za kompresibilnost, temeljenu na ispitivanim uzorcima pješčenjaka i vapnenaca:

$$c_p = a\phi^b = \left(\frac{1.782}{\phi^{0.438}} \right) \times 10^{-6} \quad [\text{psi}^{-1}]$$



Slika 5.6. Odnos poroznosti i stlačivosti pora

5.3 ODREĐIVANJE STLAČIVOSTI STIJENA.

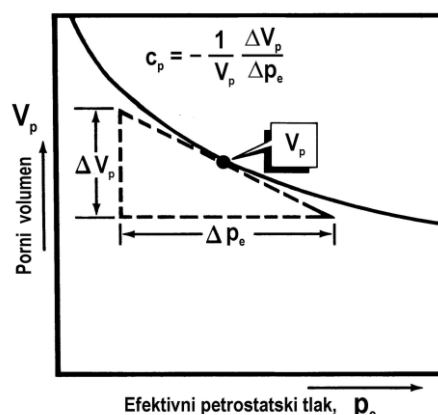
U laboratoriju se vanjski, petrostatski tlak (tlak naslaga) simulira tlakom fluida na uzorak stijene (jezgra) preko gumenog rukavca u držaču jezgre. Početni uvjeti opterećenja uzorka stijene uspostavljaju se tehnikom postepenog povećanja vanjsko i unutarnjeg tlaka u koracima uz održavanje gradijenta 15-20 bar i uspostavljeni su kada je uzorak opterećen s 690 bar uz porni tlak 680 bar. Mjerenje promjena volumena pora postiže se stupnjevitim smanjenjem volumena fluida (slana voda koja simulira slojnu vodu) u porama „proizvodnjom“ vode iz uzorka pomoću precizne mikro-volumetrijske pumpe, uz održavanje konstantnog vanjskog tlaka od 690 bar tijekom mjerenja. Na skali mikropumpe očitava se prirast volumena, a na skali manometra odgovarajuća promjena (smanjenje) pornog tlaka. Budući da se vanjski tlak održava konstantnim, svakom koraku ekspanzije volumena pornog fluida pripada odgovarajuće smanjenje pornog volumena zbog promjene (porasta) efektivnog tlaka.

Konačni i najvažniji rezultat laboratorijskih mjerenja je krivulja ovisnosti pornog volumena o efektivnom tlaku (slika 5.6) iz koje se računaju krivulje ovisnosti koeficijenta stlačivosti pora o efektivnom tlaku prema:

$$c_p \approx -\frac{1}{V_p} \left(\frac{\Delta V_p}{\Delta p_e} \right)_{\bar{\sigma}}$$

Koeficijent stlačivosti jednak je derivaciji, tj. koeficijentu nagiba krivulje u pojedinoj eksperimentalnoj točki, podijeljenom s vrijednošću pripadnog pornog volumena u toj točki:

Ovako definiran c_p zove se koeficijent stlačivosti pora u točki (engl. *instantaneous pore compressibility coefficient*)



Slika 5.6. Odnos pornog volumena i efektivnog tlaka

Kumulativni koeficijent stlačivosti je tada:

$$\bar{c}_p = \frac{1}{V_{p_i}} \frac{V_{p_i} - V_{p(p)}}{p_i - p}$$

Veličina deformacije pornog prostora stijena općenito ovisi o:

1. Litologiji, tj. mineralnom odnosno kemijskom sastavu stijena. Npr. stlačivost pješčenjaka je od 4 do $6 \cdot 10^{-5} \text{ bar}^{-1}$, a vapnenaca od 20 do $25 \cdot 10^{-5} \text{ bar}^{-1}$
2. Poroznosti stijena: što je manja poroznost, veća je kompresibilnost stijena.
3. Tlačnom rasponu u kojem se odvija deformacija, najčešće proizvodnjom ili utiskivanjem fluida u sloj

PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA PETOG POGLAVLJA:

1. Što je petrostatski tlak, a što porni tlak?
2. Koji je to efektivni tlak?
3. Koliko se može pretpostaviti veličina petrostatskog tlaka, a koliko pornog?
4. Koje volumne promjene u stijeni se zbivaju proizvodnjom fluida iz ležišta?
5. Pod kakvim opterećenjem se nalazi stijena u ležištu?
6. Što je to stlačivost pora?
7. Kako stlačivost zrna utječe na iznos ukupne stlačivosti stijene?
8. O čemu ponajviše ovisi veličina deformacije pornog prostora tj. stlačivost stijene?
9. Što je stlačivost pora u točki (skicirajte kako biste odredili takvu stlačivost)?
10. Koji je odnos poroznosti i stlačivosti pora (skicirajte); tko je autor najpoznatije korelacije poroznosti i stlačivosti stijene (pora)?

6 RASPODJELA ZASIĆENJA FLUIDIMA U STIJENI

Pore ležišnih stijena su potpuno ispunjene fluidima, tj. slojnom vodom i/ili naftom i/ili plinom:

$$S = S_w + S_o + S_g = 1$$

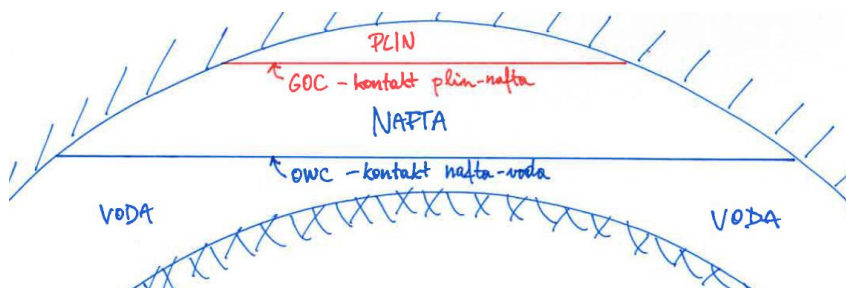
U većini okruženja gdje nastaju ugljikovodici, pore su prvenstveno bile zasićene slojnom vodom. Ukoliko postoje pore povezane s matičnom stijenom te odgovarajuća tlačna razlika, ugljikovodici će istisnuti vodu; također, pošto su ugljikovodici lakši od vode, doći će do gravitacijskog odjeljivanja vode i ugljikovodika, tj. do migracije ugljikovodika iznad razine vode kroz povezane pore do nepropusne barijere. Ukoliko je takva zamka uzrokovala nakupljanje dovoljne količine iskoristivih ugljikovodika, nastaje ležište interesantno za eksploataciju.

U pornom prostoru ležišta ugljikovodika ipak uvijek ostaje određena količina vode koja se tu nalazila prije nastanka ležišta, što znači da se uvijek može podrazumijevati da je $S_w > 0$. Tako se u ležištima ugljikovodika može očekivati tipično početno zasićenje vodom $S_w = 5-40\%$.

Osobito je bitno napomenuti kako postoje granične vrijednosti zasićenja vodom koje u literaturi mogu često izazvati pomutnju. Tako se u literaturi najčešće izdvajaju 3 oznake zasićenja vodom:

1. S_{wir} – ireducibilno zasićenje vodom ispod kojeg ne može teći voda
2. S_{wc} – zasićenje konatnom vodom koje se detektira prilikom otkrivanja ležišta tj. prije eksploatacije
3. S_{wi} – izraz koji se često koristi za ireducibilno, konatno ili intersticijalno zasićenje. Očito je kako ova oznaka može značiti da je $S_{wi} = S_{wir}$, ali također i da je $S_{wi} = S_{wc}$.

Kada bismo ležište promatrali kao prazan prostor, tj. spremnik u kojem se nalaze akumulirane kontinuirane faze (voda, nafta i plin), tada bi se radi gravitacijske segregacije mogle odrediti jasne razdjelnice dotičnih faza (slika 6.1).



Slika 6.1. Gravitacijski formirana razdjelnica faza u pojednostavljenom modelu u kojem nije uračunata heterogenost niti kapilarne sile

Tako jasne razdjelnice faza se ne mogu odrediti u pornom prostoru zbog uvijek prisutnog zasićenja vodom u području većinski zasićenom naftom ili plinom. Glavni parametri kojima se može opisati takva raspodjela zasićenja su razlike gustoća fluida, efektivna propusnost za svaki fluid te kapilarne sile tj. kapilarni tlak.

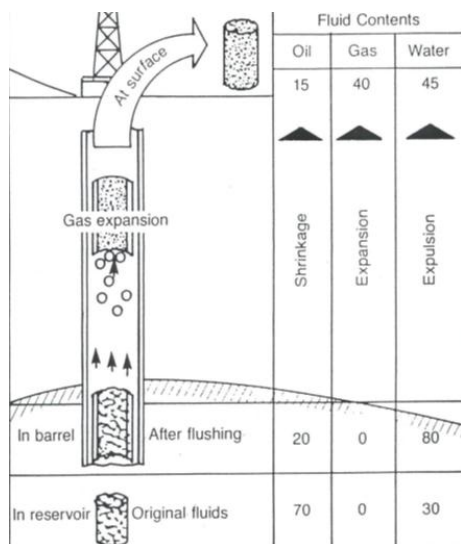
Parametre koje je najteže odrediti za takvu raspodjelu zasićenja unutar tzv. tranzicijskih zona ubrajamo među parametre koji djeluju na mikroskopskoj razini te se na temelju takvih parametara može razlikovati četiri vrste zasićenja:

1. potpuno zasićenje močivom fazom (npr. $S_w = 1$)
2. tzv. izolirano zasićenje (engl. *insular saturation*) gdje je kontinuirana i pokretljiva močiva faza, dok je nemočiva faza izolirana močivom fazom i potpuno ili skoro potpuno nepokretna
3. tzv. povezano zasićenje (engl. *funicular saturation*) – obe faze su mobilne i kontinuirane
4. tzv. površinsko zasićenje (engl. *pendular saturation*) – močiva faza je izolirana (najčešće uz stijenske pora) i nije mobilna, a nemočiva faza je kontinuirana, u sredini pornih šupljina i mobilna.

Zasićenja fluidima u ležištu određuju se karotaznim metodama. Međutim, točne podatke o zasićenjima može se dobiti jedino ispitivanjem uzorka stijene. Pri tome se originalno zasićenje može poremetiti iz dva razloga:

1. zagađenja pribušotinske stijene isplakom (tj. filtrat isplake)
2. popuštanjem tlaka naslaga vađenjem jezgre pri uvjetima tlakova u aparaturi različitim od ležišnih

Promjene zasićenja u jezgri od početnih ležišnih uvjeta, preko uvjeta u kojima je stijena oštećena isplakom na bazi vode do uvjeta na površini data je [slikom 6.2.](#) – prvo može doći do smanjenja zasićenja naftom i povećanjem zasićenja vodom (iz isplake). Nakon smanjenja tlaka u jezgri ispod tlaka zasićenja nafte, dolazi do izdvajanja otopljenog plina koji istiskuje ostale fluide. Također, zasićenje naftom i vodom će se smanjiti i zbog hlađenja jezgre, tj. smanjenja volumena smanjenjem temperature.



Slika 6.2. Promjene zasićenja u jezgri prilikom vađenja

Kako je stijena u ležištu ugljikovodika najčešće vodomočiva, povoljnije je za vađenje jezgre koristiti uljne isplake. U slučaju korištenja isplaka na bazi vode, odstupanje zasićenja vodom na površini od originalnog ležišnog zasićenja biti će veće, nego u slučaju korištenja uljne isplake.

Za specijalne analize, tj. mjerenja moćivosti, relativne propusnosti i kapilarnih tlakova, preporučljivo bi bilo uzimati uzorak jezgre stijene koristeći kao bazu isplake svježu vodu, vodu sličnu (ili istu) slojnoj vodi, naftu ili plin (CoreLab, 1983).

U laboratoriju, primjenjuju se dvije osnovne metode mjerenja zasićenja u jezgri:

1) metoda retorte – otparavanjem fluida iz pora: uzorak se učvrsti u aluminijsku čeliju te se u koracima zagrijava, obično od 200°C do 600°C. Mjerenje traje oko 24 sata, moguće ga je izvoditi simultano na više uzoraka, međutim može doći do paljenja nafte na površini pornih kanala, čime se dobiva manja količina nafte nego što je zapravo bila prisutna u uzorku. [Slika 6.3](#) pokazuje korekcijski dijagram kojim se ispravlja ovakva pogreška

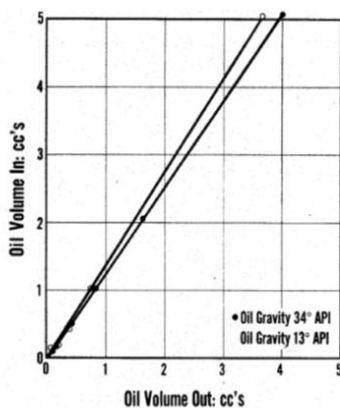


Figure 4.8 Retort oil correction curve [CoreLab, 1983]

Slika 6.3. Korekcijski dijagram za određivanja zasićenja metodom retorte

Prilikom tako jakog zagrijavanja, također se može odstraniti ne samo ležišna voda, nego vodena komponenta koju sadrže gline i hidrati, čime se dobiva prividno veće zasićenje vodom.

2) ispiranjem fluida iz pornog prostora **Dean-Starkovom metodom** ekstrakcije (slika 6.4). Para otapala (najčešće toluen jer je mješiv s naftom, ali ne i vodom) se uzdiže kroz jezgru te ispire naftu i vodu. Kondenzirana voda se sakuplja u graduiranoj cjevčici te konačno sakupljeni volumen služi procjeni zasićenja vodom, a otapalo i nafta kruže tijekom procesa ekstrakcije.

Zasićenje naftom je tad:

$$S_o = \frac{m_{wet} - m_{dry} - m_{wtr}}{V_p \times \rho_o}$$

Za određivanje zasićenja je potrebno poznavati težinu jezgre prije testa (m_{wet}), težinu očišćene i osušene jezgre nakon testa (m_{dry}), pornog volumena određenog nekom drugom metodom (V_p , tj. iz gustoće vode kojom se najčešće zasiti konačno ekstrahiran i osušen uzorak, m_{wtr}) te gustoću nafte (ρ_o).

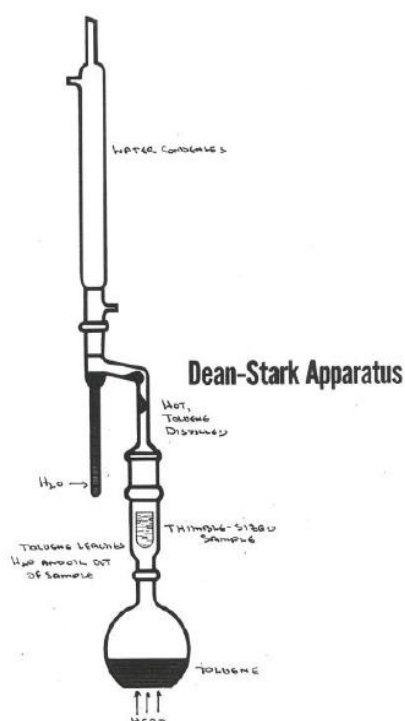


Figure 4.10 Dean-Stark Apparatus [CoreLab,1983]

Slika 6.4. Aparatura za određivanje zasićenja Dean-Starkovom metodom

Raspodjela zasićenja fluidima ovisi o prirodi i međusobnoj interakciji, odnosno ravnoteži sila na dodirnim površinama (međupovršine) krute i tekućih faza.

Kemijski sastav fluida i stijena utječu na relativne odnose interfacijalnih sila. Površinski i međupovršinski fenomeni određuju:

1. vrstu močivosti u sustavu: stijena – voda – nafta.
2. veličinu i smjer tlačnog gradijenta na međupovršini (kapilarni tlak)
3. utječu na raspodjelu zasićenja fluidima,
4. utječu relativne veličine protoka (relativne propusnosti) kod simultanog protjecanja više fluida.

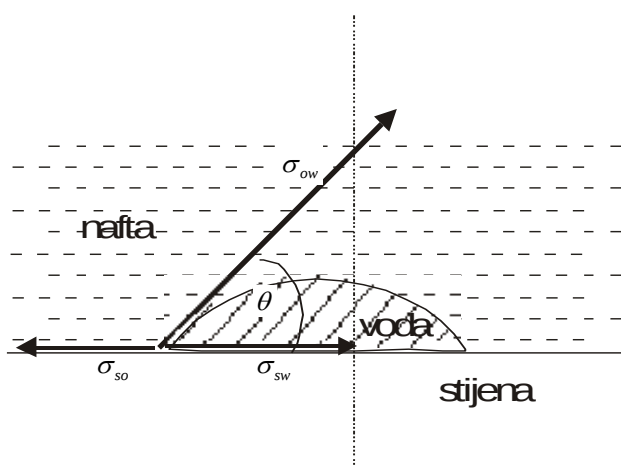
Površinska napetost. Molekule površinskog sloja (filma) na dodirnoj površini faza u sustavu krutina-plin, i sustavu krutina-tekućina, odnosno, međupovršinskog filma na dodirnoj površini tekućina-tekućina, pokazuju tendenciju smanjenja slobodne površine, zbog različitog karaktera međumolekulskog privlačenja u graničnom sloju u odnosu na privlačenje unutar fluida. Rezultat tog privlačenja je površinska napetost. Površinska, odnosno interfacijalna napetost je omjer sile na površini i dužine uzduž koje djeluje:

$$\sigma = \frac{\text{(površinska sila)}}{\text{(dužina uzduž koje djeluje sila)}} = \frac{F \text{ [Pa]}}{l \text{ [m]}}$$

U sustavu voda-nafta-stijena, radi se o površinskoj napetosti između nafte i stijene (σ_{so} , [slika 6.5](#)) površinskoj napetosti između vode i stijene (σ_{sw}), te međupovršinskoj (interfacijalnoj) napetosti između vode i nafte (σ_{ow}).

O veličini i interakciji ovih (među)površinskih sila ovisi koji će od dva fluida pretežno (preferencijalno) moći stijeniti, što je kvantitativno određeno veličinom kuta dodira, θ , između (među)površinskih filmova, tako da

- ako je $\sigma_{sw} > \sigma_{so}$ tada je $0^\circ < \theta < 90^\circ$ i stijena je vodomoguća,
- ako je $\sigma_{sw} < \sigma_{so}$, tada je $90^\circ < \theta < 180^\circ$ i stijena je naftomoguća



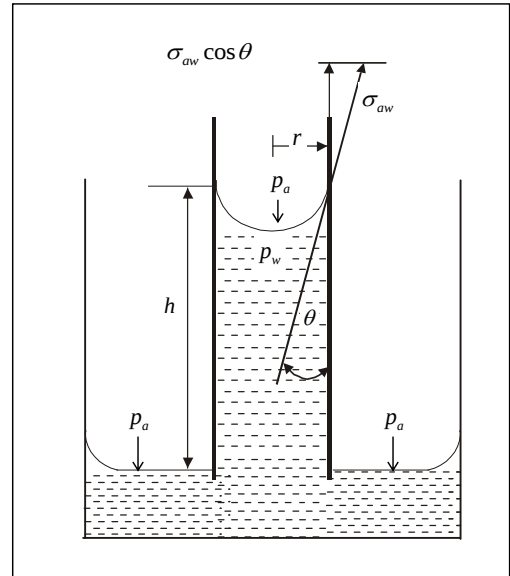
Slika 6.5. Kut močivosti u slučaju vodomogućive stijene

Podizanje vode u cijevi malog promjera (kapilarna elevacija, [slika 6.6](#)) posljedica je djelovanja sile adhezije. Nakon uranjanja kapilare u posudu s vodom dolazi do dizanja razine vode u kapilari iznad razine vode u posudi, pri čemu su kapilara i posuda izložene atmosferskom tlaku, p_a . Adhezija djeluje uz stijenke kapilare prema gore, te je ukupna sila prema gore jednaka:

$$F^{\uparrow} = 2 \pi r A_r$$

dok je sila prema dolje jednaka težini stupca vode, tj. umnošku volumena i gustoće vode te ubrzanja sile teže:

$$F_{\downarrow} = (r^2 \pi h) (\rho_w - \rho_a) g$$



Slika 6.6. Kapilarna elevacija (močiv fluid)

Budući da je meniskus vode u kapilari otvoren prema atmosferskom tlaku, dizanje vode znači da je tlak u kapilari ispod meniskusa vode manji od atmosferskog, $p_w < p_a$

tj. da postoji nagli tlačni diskontinuitet na granici zrak-voda u kapilari. Ta razlika tlaka je kapilarni tlak, P_c :

$$P_c = p_a - p_w$$

Očito je da je:

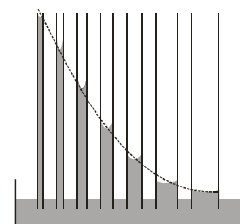
$$p_a = p_w + \rho_w h g, \text{ odnosno } P_c = \rho_w h g$$

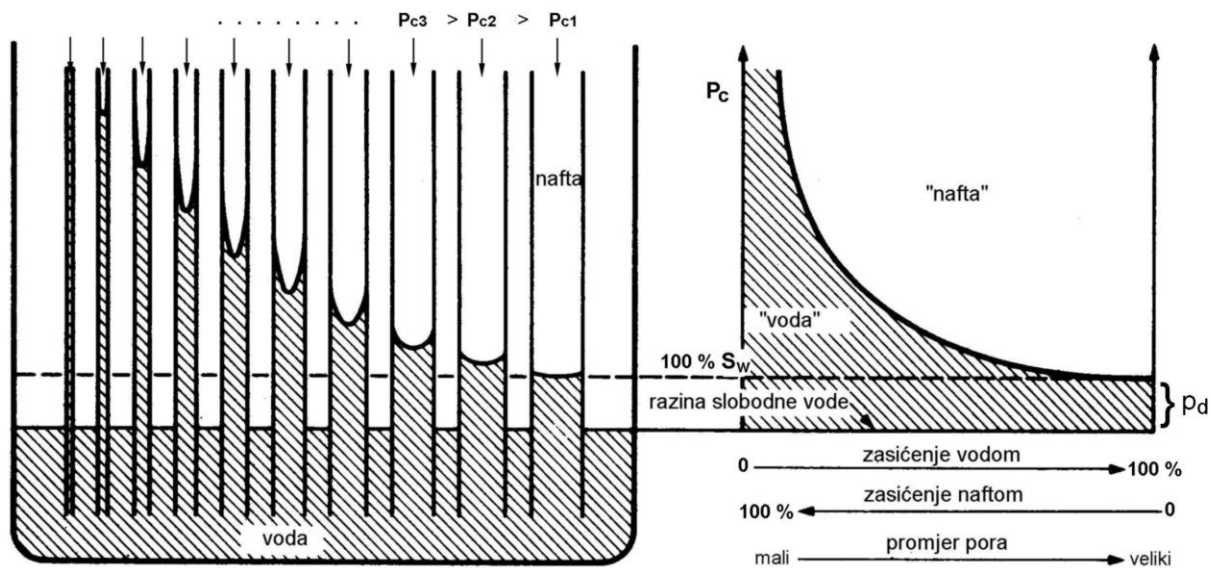
Također se podjelom rezultata mjerenih kapilarnih tlakova u razrede može odrediti koliko je zastupljen koji srednji radijus pora, jer vrijedi:

$$P_c = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r}$$

Kapilarni tlak je potrebno izmjeriti za svaku stijenu kako bi se odredilo moguće dizanje vode u ležištu iznad kontakta nafta-voda. Kapilarna elevacija (dizanje tekućine; visina stupca) ovisi o polumjeru kapilare i međufaznim napetostima ([slika 6.7](#)):

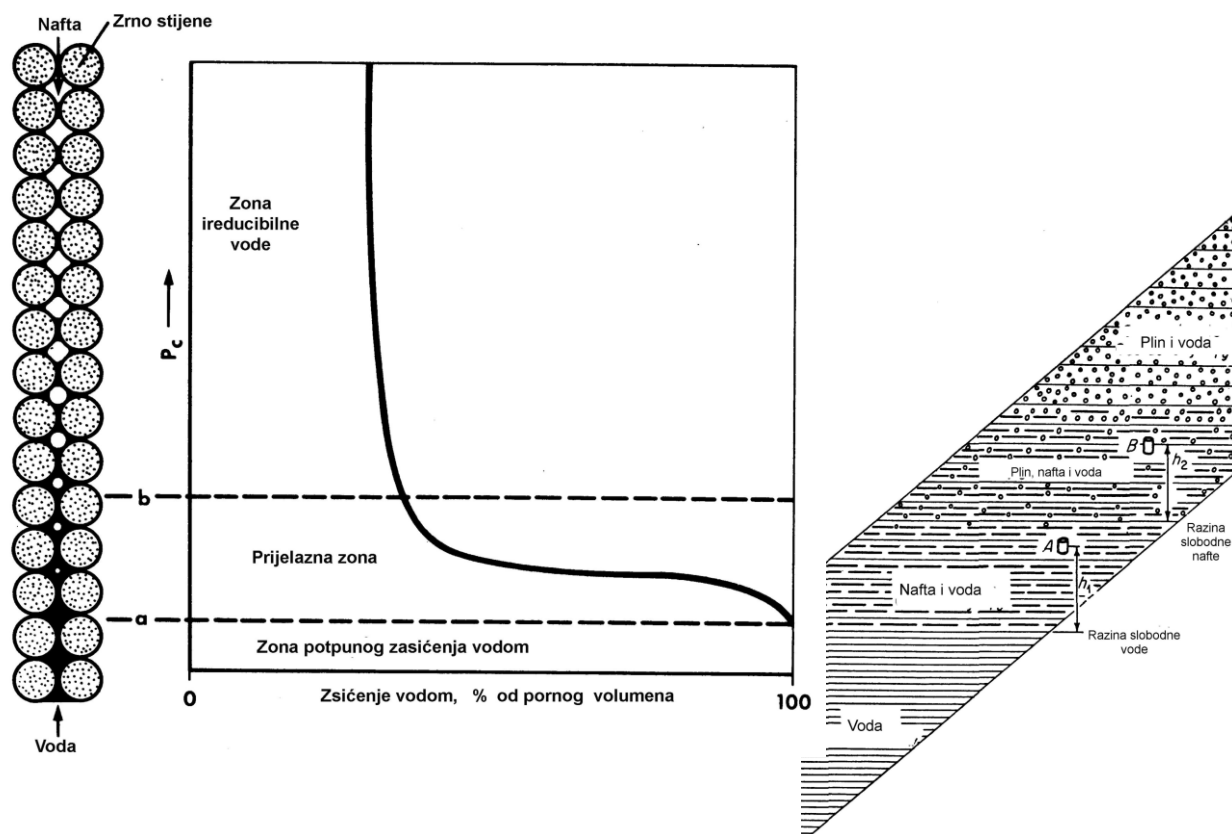
$$h = \frac{2 \sigma_{aw} \cos \theta}{r (\rho_w - \rho_a) g}$$





Slika 6.7. Analogija niza kapilara različitog promjera i kapilarne krivulje izmjerene na stijeni. Kod pora u stijeni postoji kontinuirana raspodjela promjera pora.

Kontakt voda-nafta u ležištu određuje se na temelju geofizičkih mjerenja u bušotini, tj. kontakt voda-nafta nije moguće odrediti iz krivulje kapilarnog tlaka.



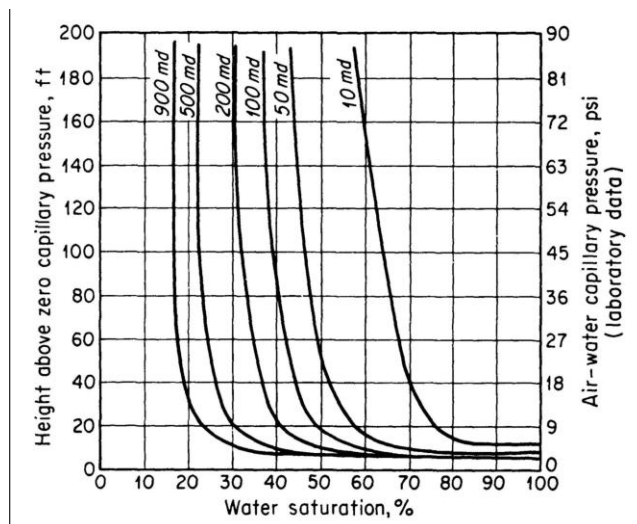
Slika 6.8. Krivulja kapilarnog tlaka za određeni porozni medij kvantitativna je slika ovisnosti P_c o zasićenju vodom, $P_c = f(S_w)$

Prijelazna zona determinirana je krivuljom relativnih propusnosti (Slika 6.8).

Eksperimentalne metode određivanja kapilarnog tlaka generalno se dijele na:

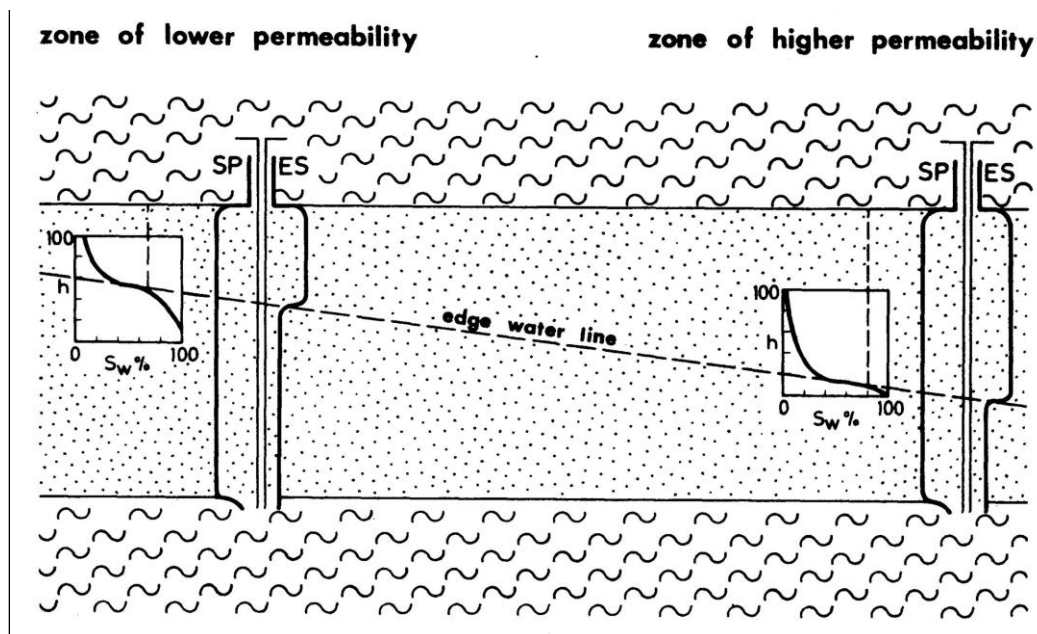
1. Metodu desaturacije uzorka stijene (engl. *restored state method*)
 - a. tehnikom polupropusne membrane (dijafragme)
 - b. tehnikom centrifugiranja
2. Metodu saturacije uzorka stijene injektiranjem žive (Hg) (Purcellova metoda)

P_c -krivulje funkcionalno su povezane s propusnosti k (slika 6.9), jer k ovisi o raspodjeli veličine pora (veći udio manjih pora - manja propusnost)



Slika 6.9. Odnos zasićenja, kapilarnog tlaka i propusnosti.

Postoji tehničko ograničenje koje predstavlja problem tj. da je mjerenje kapilarnog tlaka izvedivo samo na malim uzorcima stijena i iz samo nekoliko uzoraka, pošto spada u specijalne analize. Stoga kapilarno dizanje nije isto u svim dijelovima ležišta (slika 6.10).

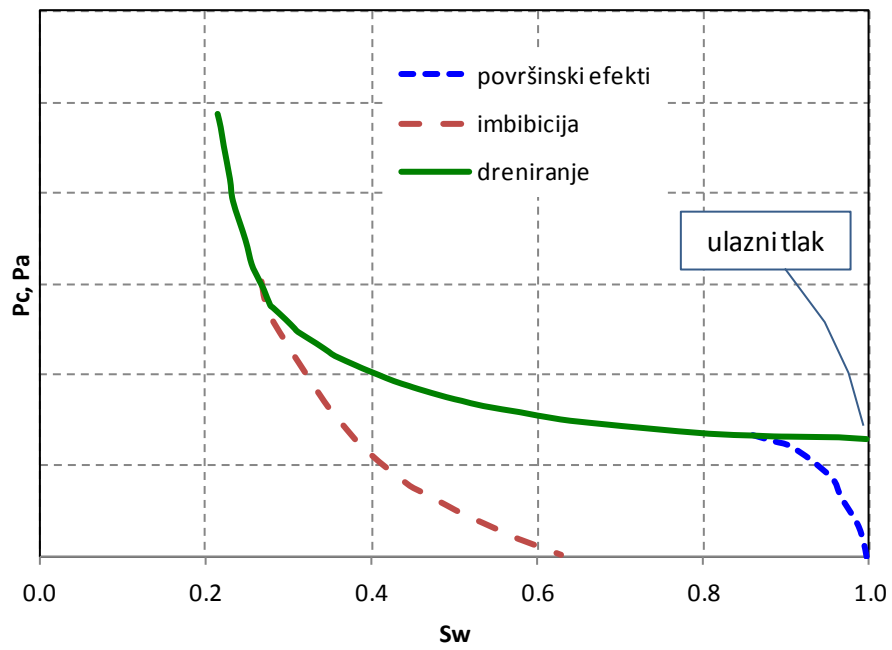


Slika 6.10. Određivanje prijelazne zone između bušotina.

Budući da se smanjenjem propusnosti povećava prijelazna zona, u nehomogenim ležištima mijenja se visina granice (vodno lice, engl. *water table*) ispod koje bušotina daje samo vodu.

Izmjerena krivulja kapilarnog tlaka ovisi o močivosti fluida pomoću kojih se mjeri. Ako se jezgru zasićuje močivom fazom (u slučaju da je stijena zasićena nemočivom fazom), doći će do spontanog nadomještanja nemočive faze. Takav proces se zove **imbibicija** (engl. *imbibition*, engl. *to imbibe* = upiti, usvojiti). Ako se u stijenu zasićenu močivim fluidom utiskuje nemočivi fluid, potrebno je primijeniti tlak da se savladaju kapilarne sile u jezgri. Takav proces se zove isušivanje, tj. **dreniranje** (engl. *drainage*). Tlak koji je potreban da dreniranje počne, tj. da nemočivi fluid uđe u najveće pore, često se označava kao **ulazni tlak** (engl. *threshold pressure*).

Kako krivulja kapilarnog tlaka očito ovisi o smjeru promjene zasićenja močivom/nemočivom fazom, često se razmatra **histereza** krivulje kapilarnog tlaka (slika 6.11).



Slika 6.11. Histereza kapilarnog tlaka.

PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA ŠESTOG POGLAVLJA:

1. Što je ireducibilno zasićenje?
2. Što je kritično zasićenje?
3. Što je početno zasićenje?
4. Kako se izravno u ležištu određuju zasićenja fluidima?
5. Koje su dvije najčešće metode mjerenja zasićenja u stijeni?
6. Što određuju međupovršinski fenomeni fluida i stijena?
7. U kojim rasponima kuteva (vodo)močivosti je stijena vodomogućiva, a u kojim naftomogućiva?
8. Koje su metode određivanja kapilarnog tlaka?
9. Koji je odnos ireducibilnog (početnog) zasićenja vodom (na krivulji kapilarnog tlaka) i propusnosti stijene?
10. Napiši jednadžbu dizanja vode (h) iznad kontakta nafta-voda. Kako biste pomoću dotične jednadžbe, uz dostupnu S_w - P_c krivulju odredili zasićenje vodom na određenoj visini iznad kontakta nafta-voda?

7 ELEKTROKAROTAŽNE I AKUSTIČKE METODE

Elektrokarotažne i akustičke metode određivanja svojstava uzorka stijene u laboratoriju služe za provjeru mjerenih svojstava te za kalibraciju elektrokarotažnih i akustičkih bušotinskih mjerenja. Pri mjerenju u bušotini, postoje mnogobrojne smetnje (ekstremni uvjeti tlaka i temperature, izrazita nehomogenost svojstava stijena, greške uzrokovane isplačnim kolačem itd.), što se može kalibrirati prema laboratorijskom mjerenju istog tipa.

Važnu skupinu geofizičkih metoda ispitivanja u bušotinama čine elektrokarotažne metode, a uključuju mjerenja električne otpornosti stijena u nezacijevljenim bušotinama u svrhu određivanja njihove poroznosti odnosno zasićenja fluidima. Ležišne stijene sastoje se od nakupina minerala koji - osim nekih minerala glina - u suhom stanju ne vode električnu struju. Od ležišnih fluida, smjese ugljikovodika (plin, kondenzat, nafta) također su nevodici. Čak je i kemijski čista voda vrlo slabi vodič električne struje. Međutim, ležišne vode uvijek sadrže otopljene soli, te je disocirani ioni čine vodljivom. Intersticijalna slana voda u porama stijene je elektrolit, čiji kationi i anioni u polju električnog potencijala prenose struju kroz vodenu otopinu, te i porozna stijena postaje provodljiva. Električna vodljivost poroznog medija raste s:

- koncentracijom elektrolita, tj. topivih anorganske soli (uglavnom NaCl) u vodi
- poroznošću kao i s relativnom količinom slane vode u pornom prostoru, tj. sa zasićenjem vodom

Iako u teoriji manja otpornost upućuje na intervale u kojima se nalazi voda, a ne ugljikovodici, potrebno je napomenuti da je u hrvatskim poljima nerijetka pojava slojne vode jako niskog saliniteta, čime je teže razlikovati intervale zasićene vodom od onih zasićenih ugljikovodicima.

te ovisi i o:

- morfologiji pornog prostora (dimenzije i oblik kapilara; propusnost),
- mineralogiji, tj. kemijskom sastavu porozne stijene, posebno sadržaju glina u stijeni.

U praksi se za kvalitativni i kvantitativni opis električne vodljivosti stijena rabi njena recipročna vrijednost, tj. električna otpornost poroznog medija. (što je vodljivost veća, otpornost je manja i obratno).

$$r = \frac{E}{I}, \quad \frac{V}{A} = ohm = \Omega$$

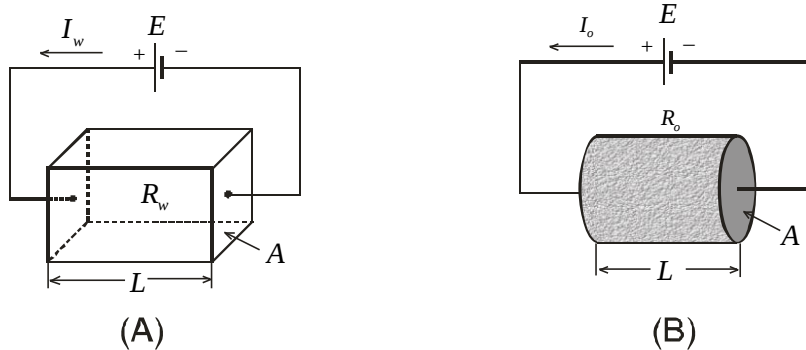
r – otpor, Ω

E - napon, V

I – jakost struje, A

Otpornost, R , (slika 7.1) se mjeri najčešće na valjkastom uzorku površine (A) i duljine (L):

$$R = \frac{E}{I} \frac{A}{L}, \quad \Omega \cdot \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m$$



Slika 7.1. Određivanje otpornosti slane vode (engl. *brine*) i stijene zasićene tom slanom vodom.

$$R_w = r_w \frac{A}{L} = \frac{E}{I_w} \frac{A}{L} \quad [\Omega\text{m}] \quad \text{i} \quad R_o = r_o \frac{A}{L} = \frac{E}{I_o} \frac{A}{L} \quad [\Omega\text{m}]$$

Iz čega proizlazi: $\frac{R_o}{R_w} = \frac{I_w}{I_o}$

Archie je predložio naziv **faktor otpornosti formacije** (*Formation resistivity factor*):

$$F = \frac{R_o}{R_w}$$

Budući da je za konstantni E i I_w uvijek veća od I_o , te će R_o biti uvijek veći od R_w , uvijek će vrijediti:

$$F = \frac{R_o}{R_w} > 1$$

R_w može se odrediti na 3 načina:

1. Izravno mjerenje (laboratorij),
2. Određivanje iz kemijske analize vode,
3. Različite empirijske metode

R_o je potrebno laboratorijski odrediti na uzorku nafte iz ležišta.

Uz konstantni salinitet, tj. koncentraciju iona u ležišnoj vodi, $R_w = \text{konst.}$; otpornost stijene, R_o raste sa smanjenjem poroznosti stijene (manja poroznost, manje elektrolita u stijeni, manja vodljivost!)

Faktor formacije, F obrnuto je proporcionalan poroznosti - empirijski izraz glasi:

$$F = \left(\frac{R_o}{R_w} \right) = \frac{C}{\phi^m}$$

C - faktor zavojitosti pora (faktor tortuoziteta) - vrijednosti od 0.6 do 4

m - faktor cementacije - funkcija je raspodjele veličine i oblika pora u stijeni; ovisi o stupnju vezanosti zrna (vrijednosti od 0.8 do 2.5)

Električna vodljivost / otpornost glinovitih stijena (pješčenjaka) ovisi o sadržaju glina. Električki dvosloj ione, adsorbiranih na površini gline koja je u kontaktu sa slanom vodom (hidratizirana glina) predstavlja dodatni vodič električne struje. Zato je mjereni faktor formacije (F_a) glinovitih pješčenjaka općenito manji nego F čistih pješčenjaka i uključuje vodljivost elektrolita i glina:

$$F_a = \frac{R_{oa}}{R_w} \quad \text{ i } \quad \frac{1}{R_{oa}} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{F R_w}$$

R_{oa} - otpornost glinovitog pješčenjaka, potpuno zasićenog vodom otpornosti.

R_w - otpornost slane vode

R_c - otpornost glina

F - pravi F formacije

Kada porni prostor stijene nije sasvim ispunjen elektrolitom nego je prisutan i fluid koji ne vodi struju, npr. plin ili nafta, ukupna otpornost stijene će biti veća nego kod potpunog zasićenja elektrolitom (slana voda).

Indeks otpornosti, I je omjer otpornosti djelomično (R_t) i potpuno (R_o) slanom vodom zasićene stijene.

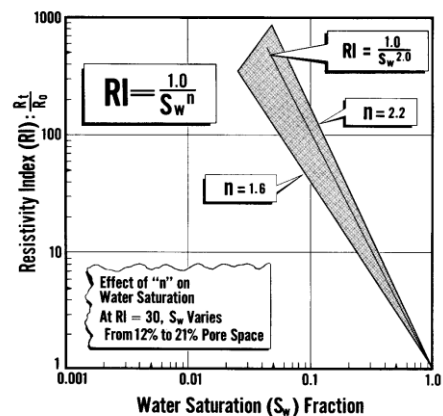
$$I = \frac{R_t}{R_o}$$

Indeks otpornosti funkcija je zasićenja vodom; što više raste S_w (slika 7.2) smanjuje se I :

$$I = \frac{1}{S_w^n}$$

n = eksponent zasićenja (*saturation exponent*)

Dakle, mjerenjem otpora u bušotini može se odrediti i raspodjela zasićenja fluidima.



Slika 7.2. Odnos indeksa otpornosti i zasićenja vodom

Očito je da ne postoji univerzalna formula za računanje poroznosti jer su točni C i m karakteristični za svako ležište. Isto vrijedi i za n . Zato se najtočniji podaci o poroznosti iz karotažnih dijagrama dobivaju primjenom C i m i n , određenih u laboratoriju za konkretne ležišne stijene.

Eksperimentalni pristup određivanju parametara jednadžbi za F i I :

1. Izbor statistički relevantnog broja (10, bolje 20-tak) uzoraka stijene različitih poroznosti iz ležišta;
2. Zasićivanje uzoraka slanom vodom, saliniteta identičnog onom ležišne vode;
3. Mjerenje R_o uzoraka; također izmjeriti R_w
4. Tijekom određivanja P_c -krivulja desaturacijom, odabranom broju uzoraka različite poroznosti mjeriti R_t pri nekoliko različitih stanja zasićenosti vodom (S_w)

Određivanje parametara jednadžbi za F iz eksperimentalnih podataka (slika 7.3):

Mjereni F - ϕ podaci stave se u log-log dijagram. U logaritmiranom obliku jednadžbe m =nagib pravca, a $\log(a)$ = odsječak:

$$\log F = \log a - m \log \phi$$

Rješenje za sobne OB uvjete (uzorak nije izložen simuliranom petrostatskom, engl. *overburden*, OB tlaku):

$$F = \frac{C}{\phi^m} = \frac{1.382}{\phi^{1.833}}$$

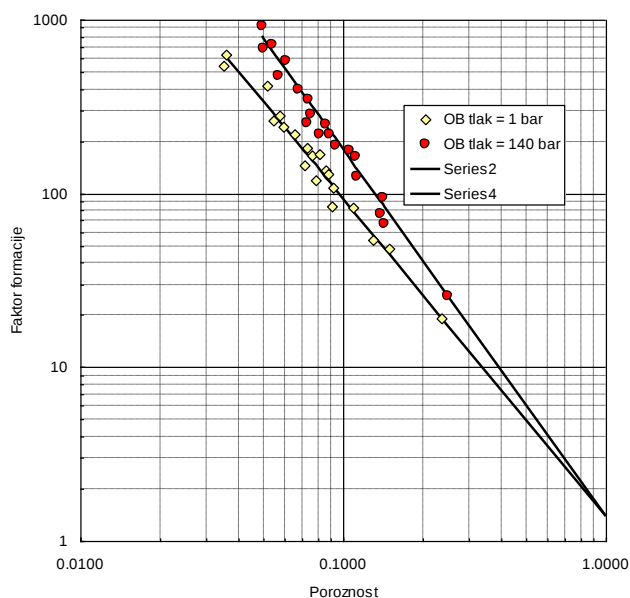
Rješenje za OB=140 bar uvjete:

$$F = \frac{C}{\phi^m} = \frac{1.382}{\phi^{2.114}}$$

Određivanje parametara jednadžbi za I iz eksperimentalnih podataka:

Mjereni I - S_w podaci stave se u log-log dijagram i tada je u logaritmiranom obliku jednadžbe n =nagib pravca.

$$\log I = -n \log S_w$$



Slika 7.3. Kalibracijska korelacija poroznosti i faktora formacije

Određivanja poroznosti stijena akustičkom karotažom (kalibracija podataka karotaže zvukom lab. mjerenjima)

Brzina širenja zvučnog vala u nekom mediju ovisi o gustoći i elastičnim svojstvima tog medija. Vrijeme potrebno da zvučni val prevali jediničnu udaljenost, proporcionalno je gustoći, a obrnuto proporcionalno modulu elastičnosti medija:

$$T = \sqrt{\frac{\rho}{M_b \cdot g}} \quad (\text{s/m})$$

Kod poroznih stijena brzina širenja zvuka ovisi o:

1. Litologiji stijene (sastav, gustoća i mehanička/elastična svojstva elastičnost)
2. Stupnju kompakcije stijene;
3. Fluidima u pornom prostoru stijene;
4. Tlaku i temperaturi

Zato se na mjerenju brzine zvuka u stijeni pribušotinske zone temelji jedna od geofizičkih metoda kontinuiranog određivanja poroznosti tj. karotaža zvukom (*sonic* ili *acoustic logging*).

Recipročnu vrijednost brzine zvuka nazivaju vremenom širenja zvuka, (*interval time*):

$$\Delta t = \frac{1}{v}$$

Medij	v (m/s)	Δt (ms/m)
Pješčenjak (nevezani)	5180	193
Pješčenjak (konsolidirani)	5790	173
Vapnenac	6400	156
Dolomit	7010	143
Kalcit	6700	149
Voda (destilirana)	1400	715
Voda (+ 20 % Na Cl)	1645	620
Nafta	1280	781
Metan	488	2054
Zrak	335	2986

Mjereni Δt u karotažnom dijagramu sadrži efekte same stijene (matriks) i fluida u stijeni. Ova ukupna brzina zvuka ovisi i o poroznosti. Relacije među ovim veličinama ([Willie, et. al](#)):

$$\frac{1}{v} = \frac{\phi}{v_f} + \frac{(1-\phi)}{v_{ma}}$$

v - mjerena brzina zvuka

v_f - mjerena brzina zvuka u fluidu

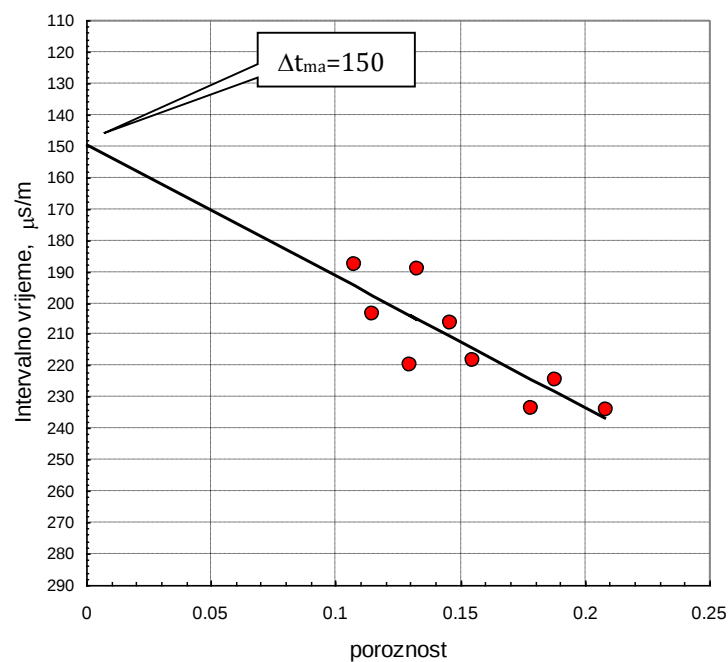
v_{ma} - brzina zvuka u matrici stijene

ili izraženo s Δt , koje se zapravo mjeri:

$$\phi = \frac{\Delta t - \Delta t_{ma}}{\Delta t_f - \Delta t_{ma}}$$

Δt_f je za prisutne fluide poznato i konstantno. Problem predstavlja Δt_{ma} jer ovisi o litologiji, koja može dosta varirati, pa ovisno o adekvatnosti odabranog Δt_{ma} ovisi kvaliteta i točnost određivanja poroznosti, izračunane iz karotažnog dijagrama.

Zato je za određeno ležište opet najbolje verificirati Δt_{ma} eksperimentalnim određivanjem korelacije Δt - ϕ sistematskim mjerenjima Δt na velikom broju jezgara različite ϕ



PITANJA NA KOJA JE POTREBNO ZNATI ODGOVOR NAKON PROUČAVANJA SEDMOG POGLAVLJA:

1. Što je otpornost, koja je mjerna jedinica otpornosti?
2. O kojim svojstvima stijene ovisi električna vodljivost stijene?
3. Što je faktor otpornosti formacije?
4. Kako je Archie povezao faktor otpornosti formacije, zavojitost pora i faktor cementacije?
5. Što je indeks otpornosti stijene?
6. Koji je eksperimentalni pristup određivanju parametara za F (faktor otpornosti formacije) i I (indeks otpornosti stijene)?
7. Kako biste iz indeksa otpornosti stijene odredili područja potpuno zasićena vodom?
8. O čemu ovisi brzina širenja zvuka u stijenama?

8 RELATIVNA PROPUSNOST I VIŠEFAZNI PROTOK

Ključni petrofizikalni parametar za razradu, projektiranje i predviđanje proizvodnje jest relativna propusnost. Apsolutna propusnost, kako je već spomenuto, mjeri se pomoću plina i ekstrapolacijom mjerenih podataka kako bi se korigirao efekt proklizavanja eliminirani su efekti sastava fluida koji protječe te tlaka protjecanja. Apsolutna propusnost je, dakle, isključivo svojstvo stijene.

Da bi se definiralo relativnu propusnost, prije toga je potrebno definirati efektivnu propusnost. **Efektivna propusnost** je iznos propusnosti za određeni fluid, a kada je u mediju prisutno više fluida i funkcija je geometrije pora, močivosti sa stijenom te zasićenja fluidima.

Definicije mogu biti zornije pojašnjene ukoliko se napišu jednačbe protoka:

Darcyeva jednačba kakva je do sada spomenuta vrijedi samo za slučaj da je porni prostor 100% zasićen fluidom koji teče:

$$q = k \frac{A \Delta p}{\mu L}$$

To u ležištu najčešće nije slučaj – u naftnom i plinskom ležištu, kako je već spomenuto, uvijek postoji ireducibilno, tj. početno zasićenje vodom S_{wi} . Za slučaj da teku i nafta i voda i plin, protoci su definirani posebno za svaki fluid pomoću efektivnih propusnosti:

$$q_o = k_o \frac{A \Delta p_o}{\mu_o L}, \quad q_w = k_w \frac{A \Delta p_w}{\mu_w L}, \quad q_g = k_g \frac{A \Delta p_g}{\mu_g L}$$

Relativna propusnost je omjer efektivne propusnosti jednog od fluida u slučaju zasićenja sa više od jedne faze (npr. nafta i voda) i neke referentne propusnosti (najčešće Klinkenbergove apsolutne propusnosti, ponekad i specifične, tj. kritične propusnosti pri zasićenju do kojeg je u stijeni zasićenoj s više fluida pokretljiv samo jedan fluid):

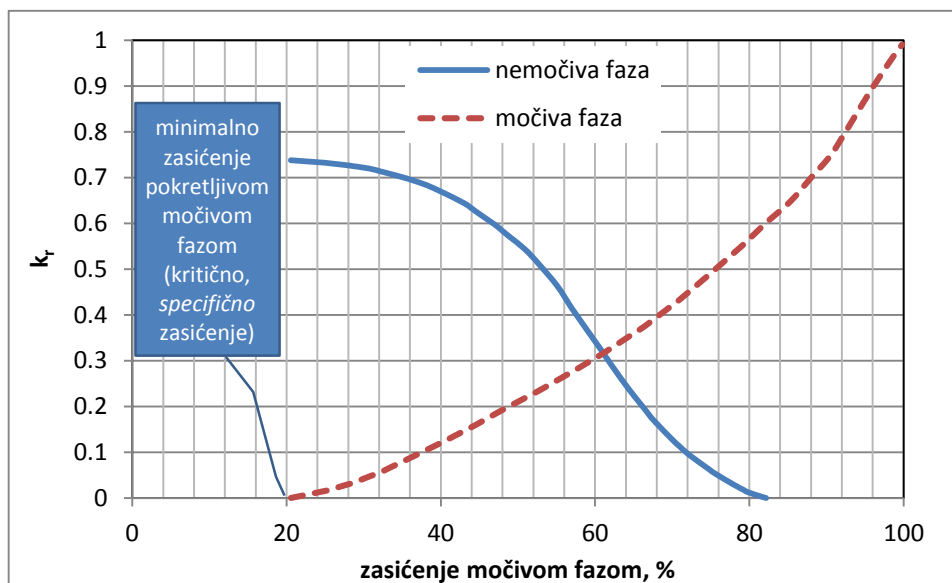
$$k_{ro} = \frac{k_o}{k}, \quad k_{rw} = \frac{k_w}{k} \quad \text{i} \quad k_{rg} = \frac{k_g}{k}$$

Za svrhu izrade simulacijskog modela, princip je sljedeći – apsolutna propusnost se korelira u prostoru na temelju velikog broja mjerenih podataka te podataka u bušotinama iz karotažnih mjerenja. Podaci o relativnoj propusnosti su dostupni iz malog broja laboratorijskih mjerenja (specijalnih analiza jezgara) te se na temelju odgovarajućih podataka o relativnoj propusnosti u odnosu na zasićenje, promjenom zasićenja u ležištu tokom proizvodnje računaju efektivne propusnosti množenjem (općenitog) podatka o relativnoj i apsolutnoj (za svaku ćeliju) propusnosti:

$$q_o = k_{ro} k \frac{A \Delta p_o}{\mu_o L}, \quad q_w = k_{rw} k \frac{A \Delta p_w}{\mu_w L}, \quad q_g = k_{rg} k \frac{A \Delta p_g}{\mu_g L}$$

Analizom poopcene krivulje za močivu (najčešće slojna voda) i nemočivu fazu (uglikovodici) može se razlikovati nekoliko područja. Relativna propusnost močive faze može biti $k_r=1$ samo pri zasićenju močivom fazom 100%. Relativna propusnost močive faze brže pada smanjenjem njenog zasićenja, nego što pada relativna propusnost za nemočivu fazu (smanjenjem zasićenja nemočive faze). Relativna propusnost močive faze je $k_r=0$ pri kritičnom (*specifičnom*) zasićenju močivom fazom.

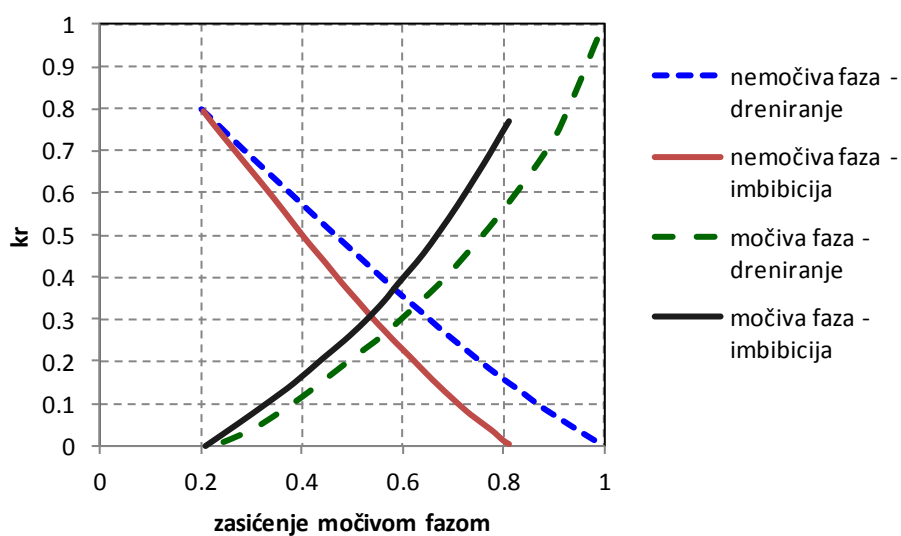
Točka zasićenja močivom fazom kojoj je relativna propusnost nemočive faze $k_r=0$ ponekad u literaturi nazivaju i uravnoteženo zasićenje (*equilibrium saturation*), što zapravo definicijski odgovara kritičnom zasićenju tj. rezidualnom zasićenju nemočivom fazom.



Slika 8.1. Prikaz odnosa zasićenja i relativnih propusnosti za močivu i nemočivu fazu

Ovisno o smjeru zasićenja, imamo dva tipa krivulja relativnih propusnosti:

- **krivulja dreniranja**, kada se smanjuje (*drainage curve*). Močiva faza se nadomješta, istiskuje, nemočivom fazom (u laboratoriju to je ekvivalentno npr. mjerenju saturacije živom, tj. Purcellovoj metodi)
- **krivulja imbibicije**, kada se povećava zasićenje močivom fazom, nemočivu fazu se istiskuje močivom



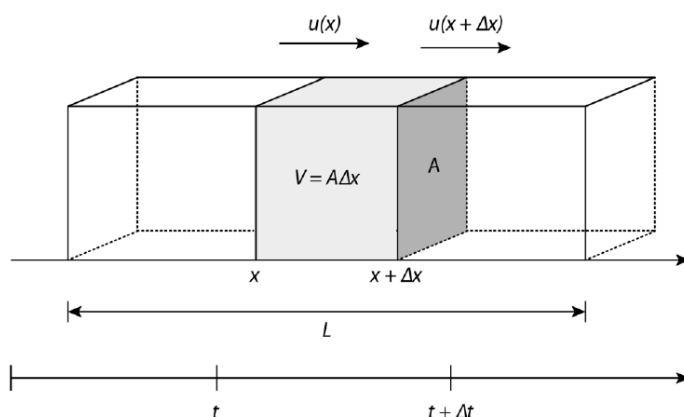
Slika 8.2. Relativne propusnosti, ovisno o smjeru zasićivanja (imbibicija, dreniranje)

Relativna propusnost se određuje:

- metodom ustaljenog protoka u laboratoriju (*steady state test*)
- metodom istiskivanja fluida iz jezgre (*unsteady state*) – protok utiskivajućeg i istiskivajućeg fluida se mijenja
- preračunavanjem iz krivulje kapilarnog tlaka
- preračunavanjem iz podataka o proizvodnji

8.1 PRORAČUNI NEMJEŠIVOG ISTISKIVANJA FLUIDA.

Na primjeru će se pokazati teoretska osnova proračuna istiskivanja. Jedni od začetnika teorije frontalnog istiskivanja su bili Buckley i Leverett (1942). Buckley i Leverett su dali jednadžbu brzine napredovanja potiskujućeg fluida. Welge je zatim (1952) nadopunio analitičko rješenje koje je tako postalo primjenjivo za cijeli period zavodnjavanja. Ako se pretpostave konstantni tlak i temperatura, brzine ulaza i izlaza faza $u(x)$ za svaki mali segment protoka moraju biti jednake. Segment je definiran svojim volumenom i poroznošću.



Slika 8.3. Potiskivanje kroz segment promatranog volumena

Kod istiskivanja fluida, potrebno je matematički izraziti kretanje potiskujućeg i istiskujućeg fluida. Može se napisati Darcy-evu jednadžbu za svaki fluid:

$$q_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial u} + g \rho_o \sin \alpha \right) \quad \text{i} \quad q_D = -\frac{k_D}{\mu_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial u} + g \rho_D \sin \alpha \right)$$

pri čemu su k_o , μ_o propusnost i viskoznost nafte, a k_D i μ_D propusnost i viskoznost potiskujućeg fluida, $\sin(\alpha)$ određuje nagib protočnog segmenta (kut je pozitivan kod otklona prema gore od horizontalne ravnine) i g je akceleracija gravitacije.

$\frac{\partial p}{\partial x}$ je promjena tlaka dotičnog fluida u smjeru filtriranja x , a ρ je gustoća pojedinog fluida.

Kapilarni tlak je razlika dvaju tlakova u „cjevčici“, tj. pornom kanalu:

$$p_c = p_D - p_o$$

Promjena kapilarnog tlaka u smjeru potiskivanja u biti će:

$$\frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\partial p_D}{\partial x} - \frac{\partial p_o}{\partial x}$$

Oduzimanjem jednadžbi slijedi:

$$q_o - q_D = -\frac{k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} + g \rho_o \sin \alpha \right) + \frac{k_D}{\mu_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial x} + g \rho_D \sin \alpha \right)$$

$$\Rightarrow q_o \frac{\mu_o}{k_o} - q_D \frac{\mu_D}{k_D} = -\frac{\partial p_c}{\partial x} - g (\rho_D - \rho_o) \sin \alpha$$

Ukupni protok je tada $q_t = q_o + q_D$, a frakcijski protok potiskujućeg fluida u ukupnom protoku je

$$f_D = q_D / q_t$$

Kada se zanemare kapilarne i gravitacijske sile, frakcijski protok za fluid koji potiskuje (potiskujući fluid) ovisi samo o propusnostima i viskoznostima:

$$f_D = \frac{1}{1 + \frac{k_o}{k_D} \frac{\mu_D}{\mu_o}}$$

Uvrštavanjem proizlazi:

$$(1 - f_D) q_t \frac{\mu_o}{k_o} - f_D q_t \frac{\mu_D}{k_D} = q_t \left(\frac{\mu_o}{k_o} - f_D \frac{\mu_o}{k_o} - f_D \frac{\mu_D}{k_D} \right) = -\frac{\partial p_c}{\partial x} - g (\rho_D - \rho_o) \sin \alpha$$

i nakon sređivanja jednačbe:

$$f_D = \frac{1 - \frac{k_o}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} + g (\Delta \rho) \sin \alpha \right)}{1 + \frac{k_o}{k_D} \frac{\mu_D}{\mu_o}}$$

k_o - koeficijent propusnosti nafte, D

k_D - koeficijent propusnosti potiskujućeg fluida, D

μ_o - viskoznost nafte, cP

μ_D - viskoznost potiskujućeg fluida, cP

p_c - kapilarni tlak (razlika pornog tlaka potiskujućeg fluida i nafte koja se istiskuje u segmentu u), atm

x - udaljenost u smjeru protoka, cm

$\Delta \rho$ - razlika gustoća potiskujućeg i istiskivanog fluida, $\rho_D - \rho_o$, kg/m³

q_t - ukupni protok po jedinici površine – cm³/s/cm²

U tzv. „field units“, tj. kada se želi uvrštavati u jedinicama kakve se koriste u praksi na terenu:

$$f_D = \frac{1 - \frac{0.847 k_o}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} + 10^{-4} (\Delta \gamma) \sin \alpha \right)}{1 + \frac{k_o}{k_D} \frac{\mu_D}{\mu_o}}$$

k_o, k_D - koeficijent μm^2

μ_o, μ_D - viskoznost, cP

p_c - kapilarni tlak, bar

x - udaljenost u smjeru protoka, m

$\Delta\gamma = \gamma_D - \gamma_o$ - razlika relativnih gustoća

q_t - ukupni protok po jedinici površine – $m^3/dan/m^3$

Ako se promatra gravitacijski član jednadžbe iznad, tj. $10^{-4}(\Delta\gamma)\sin\alpha$, pri potiskivanju prema manjoj dubini (sloj s nagibom pod pozitivnim kutem) i pri potiskivanju fluidom veće gustoće (voda), efikasnost istiskivanja će biti veća, tj. udio vode u zadanoj točki će biti manji.

Uz pretpostavku nemiješanja (istiskivanje vodom), vremenom će rasti zasićenje potiskujućim fluidom sve do neefikasnog potiskivanja kada neće biti zadovoljen uvjet $f_D - df_D$ tj. da je to pozitivna vrijednost (protok potiskujućim fluidom bi bio veći u nekoj daljoj točki od utisne bušotine ili reda utisnih bušotina nego u nekoj bližoj).

Zakon konzervacije (očuvanja) mase se može napisati za potiskivajući fluid:

$$(\phi A dx) dS_D = Q_t dt df_D$$

dS_D - promjena (porast) zasićena potiskujućim fluidom

$\phi A dx$ - volumen pornog prostora u segmentu (uz napredovanje fluida po daljini od ulaska u segment, dx)

f_D - frakcijski protok potisne faze u ukupnom protoku za zadani period (u ukupnoj smjesi za zadani interval vremena $Q dt$)

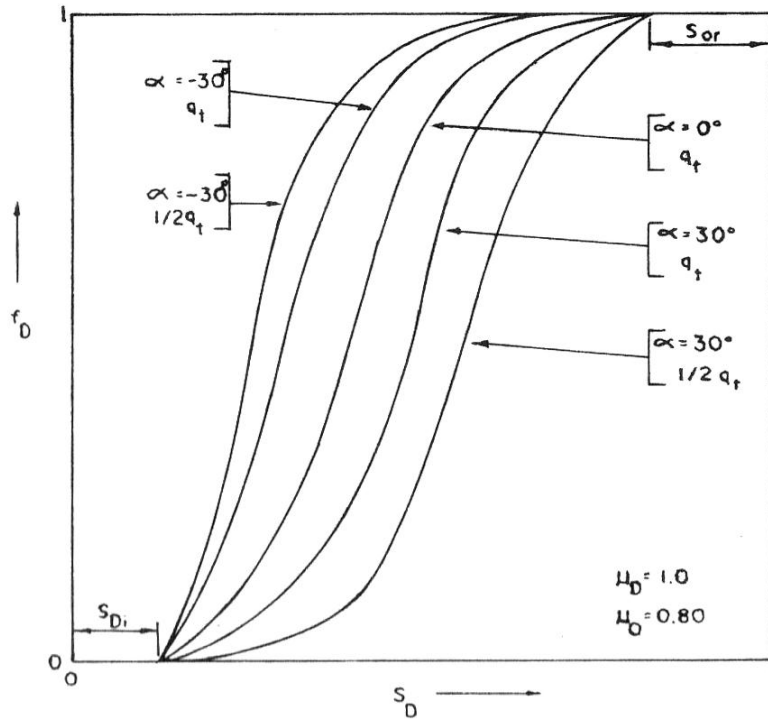
Jednadžba kretanja konstantnog zasićenja (fronte zasićenja) S_D u vremenu dt (tada je i $\frac{df_D}{dS_D}$ konstantno) glasi:

$$dx = \frac{Q_t}{A\phi} \left(\frac{df_D}{dS_D} \right) dt$$

to jest za neko vrijeme t , ukupni pomak tog zasićenja biti će

$$x = \frac{Q_t}{A\phi} \left(\frac{df_D}{dS_D} \right) t$$

Iz gornje jednadžbe lako je izračunati i vrijeme nakon kojeg će doći do prodora (i utoka u proizvodne bušotine) potiskujućeg fluida, uvrstivši umjesto ukupnog pomaka, x , duljinu protoka L .



Slika 8.4. Dijagram frakcijskih protoka potiskujućeg fluida u ovisnosti o nagibu ležišta i brzini utiskivanja.

Zanemariivši gravitacijski član, jednadžba frakcijskog protoka potisne faze može se pisati na sljedeći način:

$$f_D = \frac{1 - \frac{k_o}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial S_D} \frac{\partial S_D}{\partial x} \right)}{1 + \frac{k_o}{k_D} \frac{\mu_D}{\mu_o}}$$

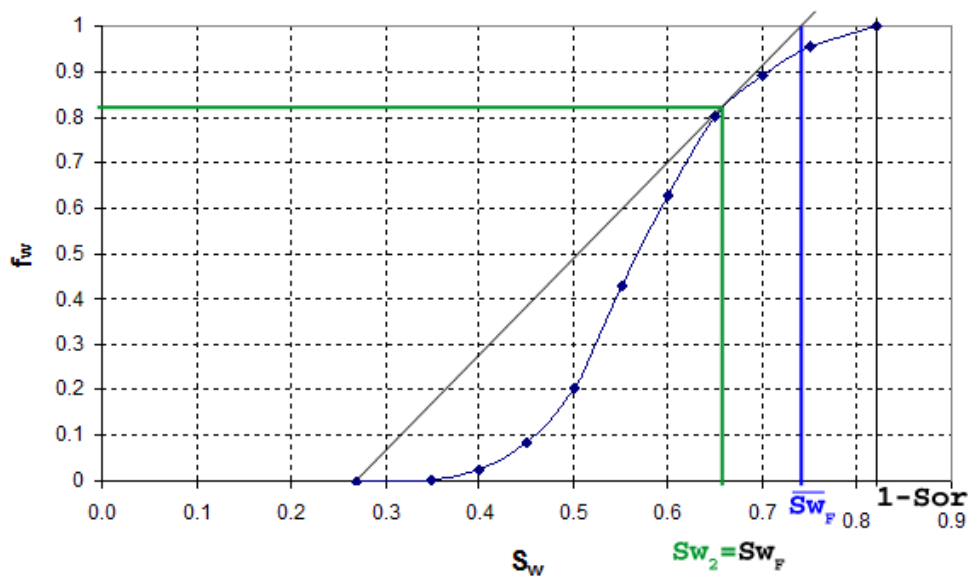
Analiza krivulje frakcionog protjecanja, daje ključne parametre za proračun nemješivog potiskivanja.

Na slici (dolje) je S_{wF} (često se označava u proračunima kao S_{w2}) zasićenje vodom na segmentu u kojem je fronta potiskivanja. Zasićenje nepokretnom naftom, S_{or} , se može očitati na $S_w - f_w$ krivulji u točki za koju bi bio $f_w = 1$.

Prosječno zasićenje vodom prije fronte istiskivanja, $\bar{S}_{wF}$, je sjecište tangente sa $f_w = 1$.

Zasićenja na fronti potiskivanja dok se fronta pomiče nije moguće lako mjeriti. Stoga se $S_w - f_w$ krivulja može i drugačije interpretirati:

S_{w2} je zasićenje vodom kod proizvodne bušotine u momentu kad se počne proizvoditi utisnuta voda. Prostor prije fronte istiskivanja u momentu kad se počne proizvoditi utisnuta voda je prostor između utisne i proizvodne bušotine te $\bar{S}_{wF}$ tada predstavlja prosječno zasićenje vodom u ležištu.



Slika 8.5. Analiza krivulje frakcionalnog protjecanja

Dobra aproksimacija količine utisnute vode do prodora u proizvodnu bušotinu je razlika od prosječnog zasićenja vodom u ležištu, $\bar{S}_{wF}$ i početnog zasićenja vodom S_{wi} . Količina utisnute vode I_D se nakon toga kumulativno računa za svako iduće pretpostavljeno povećanje zasićenja vodom:

$$I = I_d + \sum_{j=0}^m \Delta_{(j+1)} I$$

Tako se može proračunati potrebna količina vode za utiskivanje do ekonomskog limita (prevelike proizvodnje vode). Količina utisnute vode često je veća od ukupnog pornog volumena kroz koji se protiskuje.

Potrebno je proširiti teorijski opis klipnog (frontalnog) zavodnjavanja - u točki x će u nekom momentu t , biti zasićenje S_w . Drugim riječima, može se definirati pomicanje neke vrijednosti zasićenja u vremenu, tj. *brzina napretka fronte zasićenja (brzina filtracije)*, w :

$$w = \frac{x}{\phi} \frac{df_w}{dS_w} = \frac{Q_w}{A \times \phi} \frac{df_w}{dS_w}$$

što je razvidno već iz prije definirane općenite jednačbe pomaka nekog zasićenja u vremenu:

$$x = \frac{Q_t}{A \times \phi} \left(\frac{df_D}{dS_D} \right) t$$

Brzina napretka fronte zasićenja zapravo je tako definirana analogno površinskoj brzini (volumetrijskom fluksu, u), tj. linearnoj brzini ($v = \frac{u}{\phi} = \frac{q}{A \phi}$).

Na taj način, fronta početnog zasićenja napreduje od $x = 0$ do $x = L$ i moment kad dostigne točku $x = L$ je moment prodora fronte do bušotine:

$$t = \frac{L}{w} = \frac{\phi \times L (\bar{S}_{wF} - S_{wi})}{x}$$

Zato se posebno razmatra situacija prije prodora fronte ($x < L$) i nakon prodora fronte ($x = L$). Već iz same analize krivulje se može zaključiti (pošto se cijelo zavodnjavanje procjenjuje na temelju nepromjenjive krivulje frakcijskog protjecanja) da je prosječno zasićenje iza fronte (dakle, u zavodnjenom dijelu, $\bar{S}_{wF}$) konstantno, bez obzira koliki dio sloja (ležišta) je zahvatila fronta zavodnjavanja. Prije prodora fronte, volumen proizvedene nafte biti će jednak volumenu utisnute vode. Zato će u tom periodu porast proizvedene količine nafte biti linearan, a zatim će se smanjivati protok nafte, te će porast (N_p) biti sve manji i manji i nelinearan.

Za bolje shvaćanje fizikalnih promjena u ležištu, potrebno je definirati nekoliko rubnih točaka na krivuljama koje su funkcija zasićenja (tj. $f(S_w)$):

- ireducibilno zasićenje
- početno zasićenje
- kritično zasićenje

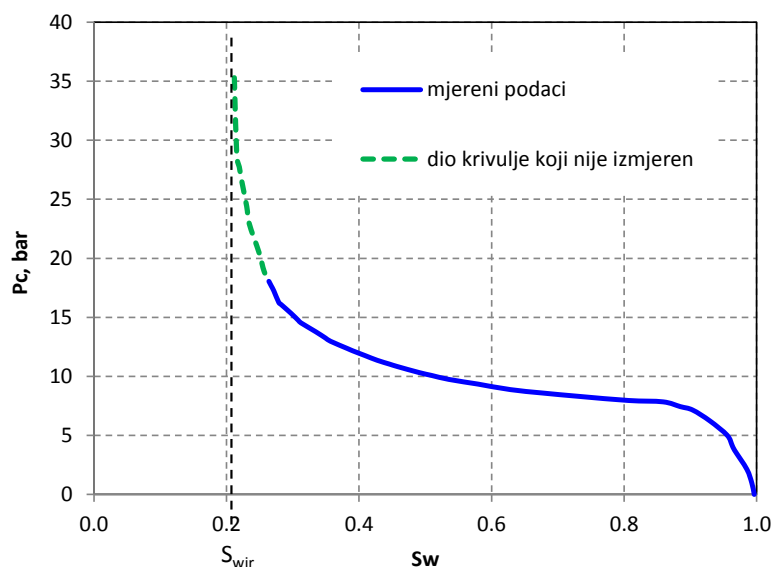
Ovi pojmovi variraju svojom definicijom u literaturi, pa se zatim različito primjenjuju u proračunima/procjenama višefaznog protoka.

8.1.1 Ireducibilno zasićenje, S_{wir}

Ovdje ćemo ireducibilno zasićenje definirati kao minimalno zasićenje koje je teoretski moguće postići mjerenjem kapilarnog tlaka.

Slika 8.6. pokazuje tipičan primjer mjerene krivulje kapilarnog tlaka – prema teoriji, ireducibilno zasićenje npr. vodom bi bilo ono kod kojeg se niti najvećim tlakom istiskivanja te vode ne može više smanjiti zasićenje vodom. U laboratoriju se kapilarna krivulja dreniranja (prisjetimo se, krivulja dreniranja opisuje istiskivanje močive faze, a krivulja imbibicije nemočive) mjeri tjednima (metodom polupropusne membrane, čime je omogućen protok samo tekuće faze), i mjerenje potpune krivulje pri najvećim tlakovima bi moglo bitno povećati (uvišestručiti) vrijeme mjerenja. Također, tehnika mjerenja često ograničava maksimalni tlak pri kojem se mjeri. Na taj način, osobito ako krivulja kapilarnog tlaka nije toliko idealna, kao u primjeru na slici, teško je precizno odrediti ireducibilno zasićenje.

Kada se mjeri utiskivanjem žive (Purcellova metoda), mjerenje je ubrzano, međutim, jezgra više ne može biti upotrijebljena za daljnja mjerenja, pošto se takvim mjerenjem uništi (dezintegrira) uzorak. Također, živa je najmanje močiv medij, a pošto je dušik također nemočiv medij, može se reći kako je tako mjerena krivulja drugačija od one mjerene desaturacijom i predstavlja isto neki oblik krivulje imbibicije. Međutim, krivulje imbibicije i dreniranja daju istu vrijednost ireducibilnog zasićenja, a Purcellovom metodom se bez problema mjeri i pri tlakovima iznad 100 bar. Stoga, postoji element kreativne odluke pri određivanju ireducibilnog zasićenja – mjerenjem Purcellovom metodom na zasebnom malom uzorku koji se nalazi u neposrednoj blizini uzorka na kojem će se raditi mjerenja relativne propusnosti, grafički, ekstrapolacijom krivulje mjerenjem desaturacijom (crtkani dio krivulje ispod), i zatim crtanjem asimptote, linearnom regresijom na mjerenu krivulju prema koeficijentima neke od publiciranih korelacija, te matematičkim/analitičkim određivanjem asimptote itd. Ponekad se u praksi pojmovi također različito (da ne kažemo pogrešno) definiraju te ima slučajeva kad se mjeri do prethodno određenog početnog zasićenja vodom, tj. poistovjećivanjem početnog zasićenja S_{wi} i ireducibilnog zasićenja S_{wir} .



Slika 8.6. Mjerena (puna crta) i teoretska (crtkano, *potpuna*) krivulja kapilarnog tlaka. Ireducibilno zasićenje je asimptota na krivulju kapilarnog tlaka (paralelna s osi y).

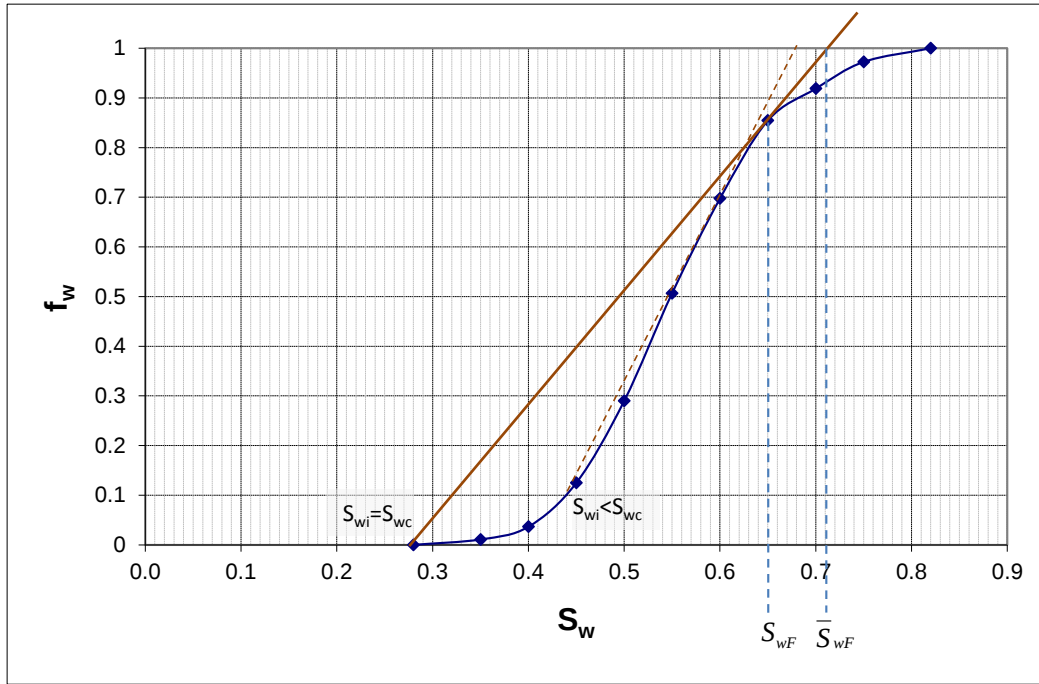
8.1.2 Početno zasićenje, S_{wi}

Početno zasićenje je ono zasićenje izmjereno u bušotini ili u laboratoriju i vrijedi za segment ležišta koji je zahvaćen jezgrovanjem ili karotažnim mjerenjem. Kako sonde za takva mjerenja nemaju velik zahvat, moguće je da prosječno početno zasićenje u ležištu na toj dubini ne odgovara stvarnom početnom zasićenju. Stoga se za inicijalizaciju i procjenu početnog zasićenja u ležištu često i koriste usporedbe karotažnih i laboratorijskih mjerenja zasićenja, te podaci o kapilarnom tlaku, uz poznatu dubinu kontakta nafta-voda. Prema teoriji, početno zasićenje bi svugdje trebalo biti veće od ireducibilnog, a vrijednosti $S_{wi} \rightarrow S_{wir}$ što se stijena nalazi dalje (u plićim dijelovima ležišta) od dubine kontakta nafta-voda.

8.1.3 Kritično zasićenje, S_{wc}

Kritično zasićenje vezano je uz početne uvjete mjerenja relativnih propusnosti, i definirano je kao zasićenje pri kojem dotična faza postaje pokretljiva. Treba napomenuti kako je ireducibilno zasićenje izravna posljedica mikroskopskih svojstava na pornoj razini i stoga se ne mjeri istiskivanjem u držaču jezgre, nego u takvim uvjetima gdje je moguće istiskivanje samo jednog fluida. S druge strane, propusnost je mjerenje na razini jezgre i karakterizirana je prosječnom provodljivošću pornih kanalića – detekcija momenta pokretanja fluida je teška, pošto pokrenuti fluid mora proći cijelu duljinu jezgre. Specijalne analize relativne propusnosti u vrhunskim uvjetima se mogu pratiti mjerenjem otpornosti duž cijele jezgre ili čak CT slikom po cijeloj duljini jezgre, upravo zato da se ustanove promjene zasićenja već na samom ulazu u jezgru. Ovakvi primjeri detaljnog praćenja promjene zasićenja nalaze se najčešće u znanstvenoj literaturi, ali jako rijetko u pri mjerenjima za standardne potrebe prema potraživanjima neke naftne kompanije.

Vrativši se na analizu krivulje frakcijskog protjecanja, uzevši u obzir širu definiciju navedenih pojmova u praksi, za određivanje prosječnog zasićenja u zoni zahvaćenoj frontom potrebno je povući tangentu početno od točke S_{wc} krivulje frakcijskog protjecanja; točka $\bar{S}_{wF}$ je tada vrijednost zasićenja u točki gdje tangenta siječe vrijednost $f_w = 1$. Vrijednost S_{wF} tj. zasićenje u točki u kojoj se nalazi fronta se očitava u točki gdje tangenta dodiruje krivulju f_w . Osobito je bitno napomenuti da se krivulja frakcijskog protjecanja temelji na proračunu koji kreće od početnog zasićenja, S_{wi} – što se često uzima i kao početno zasićenje kod kojega kreće mjerenje relativne propusnosti; ukoliko bi se prvo izračunalo krivulju $S_w - f_w$ a zatim radila analiza za $S_{wc} > S_{wi}$, dobivale bi se manje vrijednosti prosječnog zasićenja u zoni zahvaćenoj frontom istiskivanja (slika xx dolje).



Slika 8.7. Grafičko rješenje Buckley-Leverettovog modela zavodnjavanja iz krivulje frakcijskog protoka. Puna linija predstavlja analizu povlačenjem tangente iz početnog zasićenja.

Crtna linija pokazuje kako bi se dobile manje vrijednosti $\bar{S}_{wF}$ i S_{wF} u slučaju da je $S_{wi} < S_{wc}$.

Sada je lako definirati efikasnost istiskivanja (zavodnjavanja), E_D kao omjer dijela pornog volumena u koji je utisnuta voda ($\bar{S}_{wF} - S_{wi}$) i dijela pornog volumena koji je početno bio zasićen naftom ($1 - S_{wi}$):

$$E_D = \frac{\bar{S}_{wF} - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Efikasnost istiskivanja se u stranoj literaturi često naziva *recovery factor*, te se najčešće koristi kratica RF.

Krivulju frakcijskog protoka potrebno je svesti na uvjete koji ovise i o brzini filtracije, tj. napretka fronte. Naime, najjednostavniji izvod za izraz f_w (frakcijski protok vode, engl. *water cut*) glasi:

$$f_w = \frac{Q_w}{Q_o + Q_w} = \frac{\frac{k_{rw}}{\mu_w} \times \frac{A\Delta p}{L}}{\frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{A\Delta p}{L} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \times \frac{A\Delta p}{L}} = \frac{\frac{k_{rw}}{\mu_w}}{\frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}}$$

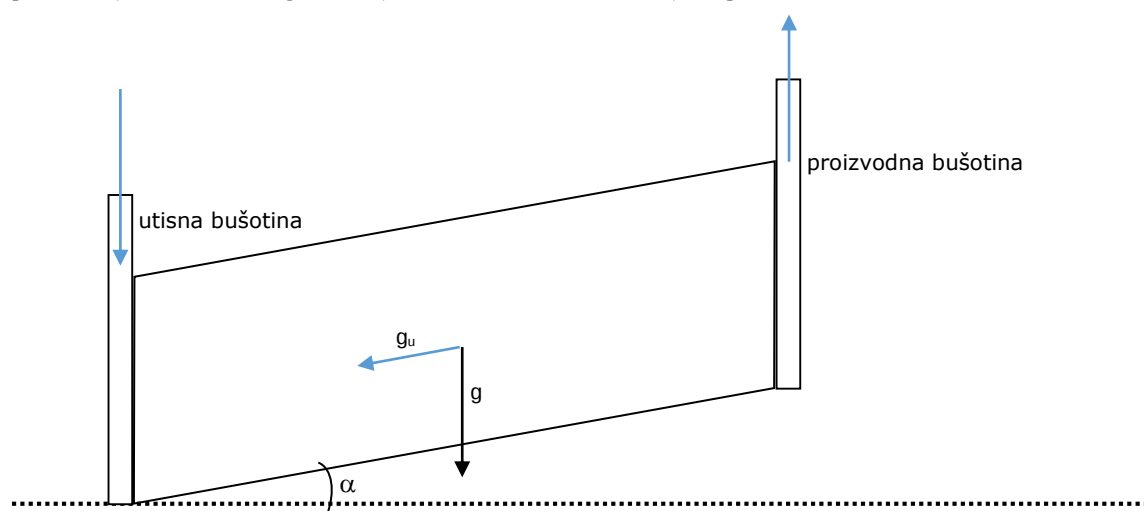
Naravno, ako su protoci mjereni na površini, treba ih korigirati na ležišne uvjete (množenjem s volumnim faktorom).

Kako je omjer pokretljivosti definiran kao $M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{\left(\frac{k_w}{\mu_w}\right)}{\left(\frac{k_o}{\mu_o}\right)}$, frakcijski protok se može definirati kao

$$f = \frac{M}{1+M} = \frac{1}{1+\frac{1}{M}} = \frac{1}{1+\frac{\lambda_o}{\lambda_w}}$$

Jednadžba frakcijskog protoka $f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}}$ je pojednostavljena, tj. u jednadžbama za Darcyjev

protok nije uzet u obzir gravitacijski element i zanemaren je kapilarni tlak.



Slika 8.8. Gravitacijski utjecaj na zavodnjavanje

Gravitacijski član (protoka) se može definirati iz razlike gustoća fluida, linearne brzine fluida (u) te kuta nagiba:

$$G = \frac{k(\rho_w - \rho_o)g \sin(\alpha)}{\mu_o u}$$

Linearna brzina fluida se može pretpostaviti da je jednaka brzini filtracije (brzini napretka fronte) i tada se može pisati:

$$G = \frac{k(\rho_w - \rho_o)g \sin(\alpha)}{\mu_o w}$$

$$w \approx v = \frac{u}{\phi} = \frac{Q}{A \times \phi}$$

Brzina filtracije predstavlja, uz podatke o kapilarnom tlaku i relativnim propusnostima najkritičniji parametar u proračunu.

Tada se od frakcijskog proroka oduzima otpor koji je sadržan u gravitacijskom članu:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}} - \frac{G \times k_{ro}}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}}$$

8.1.4 Svođenje krivulje frakcijskog protjecanja na analitički oblik

Omjer relativnih propusnosti daje krivulju kojoj je opći oblik približno karakteriziran eksponencijalnom funkcijom

$$\frac{k_{ro}}{k_{rw}} = ae^{bS_w}$$

te se koeficijente funkcije (a i b) može izračunati linearnom regresijom. MS Excel ima opciju *trendline* za eksponencijalnu funkciju. Ponekad je za pronalaženje koeficijenata potrebno koristiti specijalizirani softver, pošto MS Excel ne može za sve slučajeve pronaći rješenje.

Ali u tom slučaju, možda je najlakše i najbrže u semi-log dijagramu pronaći jednadžbu pravca, ili pojednostavljeno, izračunati $y = \ln\left(\frac{k_{ro}}{k_{rw}}\right)$ te postaviti u normalan kartezijev sustav točke i dalje pronaći jednadžbu korelacijskog pravca. Omjer se unazad računa kao $k_{ro}/k_{rw} = e^{aS_w+b}$

Uvrštavanjem bilo koje od spomenute dvije općenite eksponencijalne funkcije moguće je cijeli proračun nastaviti analitički, međutim samo za slučaj kad se radi o horizontalnom protoku, tj. kad nije potreban gravitacijski član.

Analitičke (na temelju mjerenih podataka podešene) funkcije za krivulje relativnih propusnosti najčešće donose određenu pogrešku u proračune, međutim pogodne su za ležišne numeričke simulatore zbog svoje „glatkoće“ tj. monotonog trenda. Jedan od najpoznatijih oblika za korelaciju relativnih propusnosti izveli su Brooks i Corey (1964):

$$k_{rw} = S^{\left(\frac{2+3\lambda}{\lambda}\right)} \quad \text{i} \quad k_{rnw} = (1-S)^2 \left(1 - S^{\left(\frac{2+\lambda}{\lambda}\right)}\right),$$

gdje su

$$S = \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}$$

S_w - zasićenje močivom fazom

k_{rw} - relativna propusnost močive faze

k_{rnw} - relativna propusnost nemočive faze

λ - faktor karakteriziran litologijom stijena

Faktor λ je u teoriji pozitivan broj koji ima malu vrijednost kada stijena ima velik raspon različitih veličina pora, a veliku vrijednost gdje veličine pora ne variraju u tolikoj mjeri. Stoga se faktor λ naziva još i indeksom distribucije (raspodjele) veličine pora.

Kada su poznati podaci o kapilarnom tlaku, moguće je pronaći fizikalno utemeljeni koeficijent λ , ali često krivulja kapilarnog tlaka nije dostupna, te se tada uzima poopćena Coreyeva korelacija (1954):

$$k_{rw} \approx S^4 \quad \text{i}$$

$$k_{rnw} = (1-S)^2 (1-S^2)$$

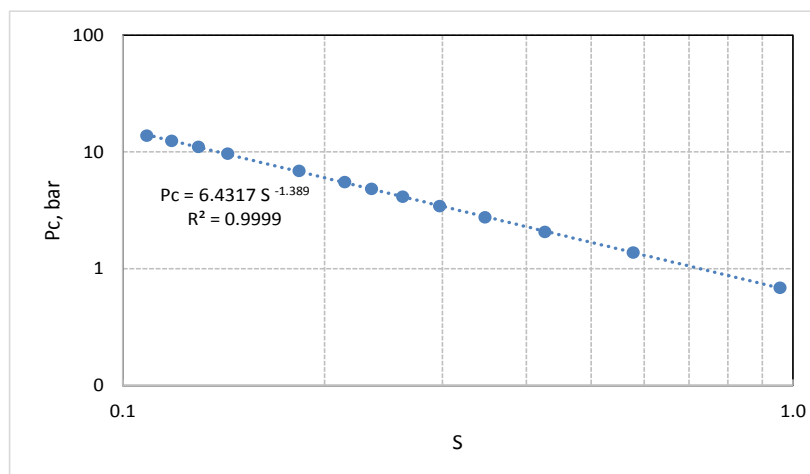
8.1.5 Primjer određivanja indeksa raspodjele veličine pora

Izmjereno je ireducibilno zasićenje $S_{wir}=0.95$ te tablica kapilarnog tlaka utiskivanjem žive, na temelju koje je konstruirana S-Pc krivulja u log-log dijagramu. Pronađena je jednačba pravca i koeficijenti 6.4317 te -1.389. Pošto se radi o krivulji mjernoj na sustavu živa-zrak, nagib korelacijske linije je suprotan od nagiba koji bi imala preračunata krivulja za sustav ležišnih fluida - uzima se pozitivna vrijednost $\lambda = 1.389$.

Treba napomenuti da mjerne jedinice za tlak pri tome ne igraju ulogu, pošto je koeficijent λ koeficijent smjera korelacijskog pravca u log-log dijagramu, i ne ovisi o vrijednostima tlakova.

Tablica 8.1. Primjer određivanja koeficijenta λ iz izmjerenih podataka kapilarnih tlakova

S_w	S	$P_{Hg/a}$, bar
0.965	0.957	0.689
0.660	0.578	1.379
0.538	0.427	2.068
0.475	0.347	2.758
0.434	0.297	3.447
0.406	0.262	4.137
0.384	0.235	4.826
0.368	0.214	5.516
0.343	0.183	6.895
0.311	0.143	9.653
0.299	0.130	11.032
0.290	0.118	12.411
0.282	0.109	13.790



Slika 8.9. Linearan odnos S i P_c u log-log dijagramu.

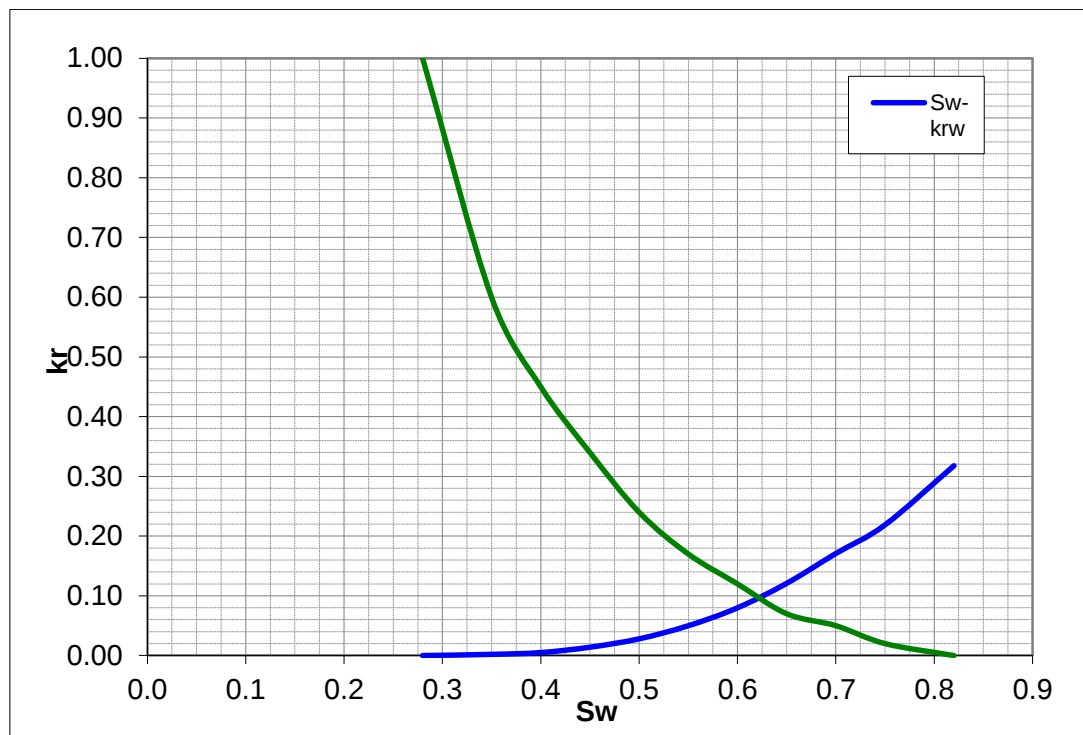
8.1.6 Primjer proračuna zavodnjavanja naftonosnog sloja pojednostavljenom Buckley-Leverettovom metodom.

Matematičke formulacije vezane uz interpretaciju krivulje fraksijskog protjecanja biti će jasnije ako se daju kroz sljedeći primjer frontalnog zavodnjavanja naftonosnog sloja; zadani su sljedeći podaci o ležištu, a proračun je najbolje raditi tablično (najlakše u MS Excelu). Ulazni podatci dati su slikom 8.10 i tablicom 8.2.

Tablica 8.2. Ulazni podatci za proračun zavodnjavanja

	parametar	oznaka	mjerna jedinica	vrijednost	pretvorbe jedinica
	duljina	L	m	400	
	širina	b	m	250	
	debljina	h	m	50	
	inklinacija	α	°	60	1.047198 rad
	poroznost	ϕ		0.16	
	početno zasićenje	S_{wi}		0.28	
	propusnost	k	m ²	3.00E-13	300.00 mD
nafta	volumni faktor	B_{oi}		1	
	viskoznost	μ_o	Pas	2.80E-03	2.80 cP
	gustoća	ρ_o	kg/m ³	750	
voda	volumni faktor	B_w		1.01	
	viskoznost	μ_w	Pas	7.50E-04	0.75 cP
	gustoća	ρ_w	kg/m ³	990	
	brzina filtracije	w	m/s	1.16E-06	
	relativna propusnost	k_r		(priloženi	

Krivulja relativnih propusnosti dobivena je mjerenjem u laboratoriju:



Slika 8.10. Krivulja relativnih propusnosti za sustav nafta-voda na temelju mjerenih vrijednosti

Ukupne rezerve naftom je jednostavno izračunati iz volumena pora i početnog zasićenja vodom, svođenjem na standardne uvjete pomoću volumnog faktora nafte:

$$\frac{L \times b \times h \times \phi \times (1 - S_{wi})}{B_{oi}} = 576000 m^3$$

Gravitacijski

član

iznosi:

$$G = \frac{k(\rho_w - \rho_o)g \sin(\alpha)}{\mu_o w} = \frac{300 \times 10^{-15} m^2 \times (990 - 750) \frac{kg}{m^3} \times 9.80665 \frac{m}{s^2} \sin(60^\circ)}{2.8 \times 10^{-3} Pas \times 1.16 \times 10^{-6} m/s} = 0.188263$$

Horizontalni frakcijski protok računao bi se isključivo iz omjera pokretljivosti, npr. za zasićenje vodom $S_w = 0.35$:

$$f_{w(\text{horizontalni})} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}} = \frac{1}{1 + \frac{0.6}{0.002} \frac{0.75}{2.8}} = 0.0122915$$

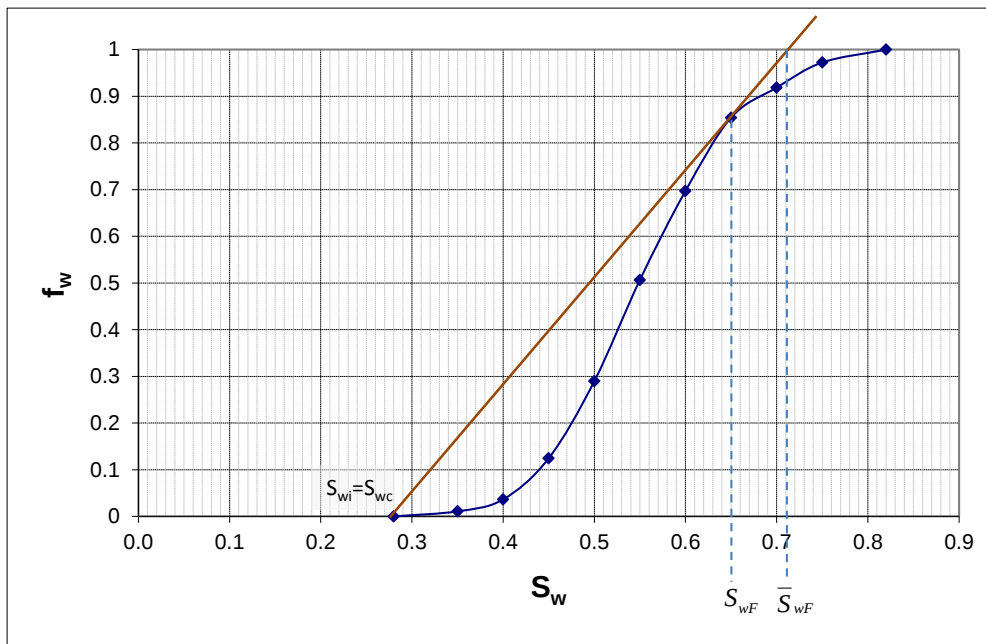
s uračunatim gravitacijskim članom:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}} - \frac{G \times k_{ro}}{1 + \frac{k_{ro}}{\mu_o} \times \frac{\mu_w}{k_{rw}}} = 0.0122915 - 0.0122915 \times 0.188263 \times 0.6 = 0.0109031$$

Proračun je najelegantnije nastaviti tablično. Kao rezultat, potrebno je nacrtati krivulju frakcijskog protjecanja (slika 8.11), kako bi se odredilo prosječno zasićenje u području zahvaćenom (prije fronte) frontom istiskivanja ($\bar{S}_{wF}$) i zasićenje u fronti istiskivanja (S_{wF}):

Tablica 8.3. Proračun frakcijskog protoka

1	2	3	4	5
S_w	k_{rw}	k_{ro}	f_w (horizontalni)	f_w
0.28	0.000	1.00		0
0.35	0.002	0.60	0.012291	0.01090
0.40	0.005	0.45	0.039829	0.03646
0.45	0.014	0.34	0.133243	0.12471
0.50	0.028	0.24	0.303406	0.28970
0.55	0.050	0.17	0.523364	0.50661
0.60	0.080	0.12	0.713376	0.69726
0.65	0.121	0.07	0.865832	0.85442
0.70	0.171	0.05	0.927368	0.91864
0.75	0.219	0.02	0.976122	0.97245
0.82	0.318	0.00	1.000000	1.000000



Slika 8.11. Krivulja frakcijskog protjecanja konstruirana na temelju proračuna protoka u nagnutom sloju.

Iz krivulje se jednostavno očitava zasićenje u ležištu u momentu prodora vode u bušotinu ($x = L$) $\bar{S}_{wF} = 0.715$.

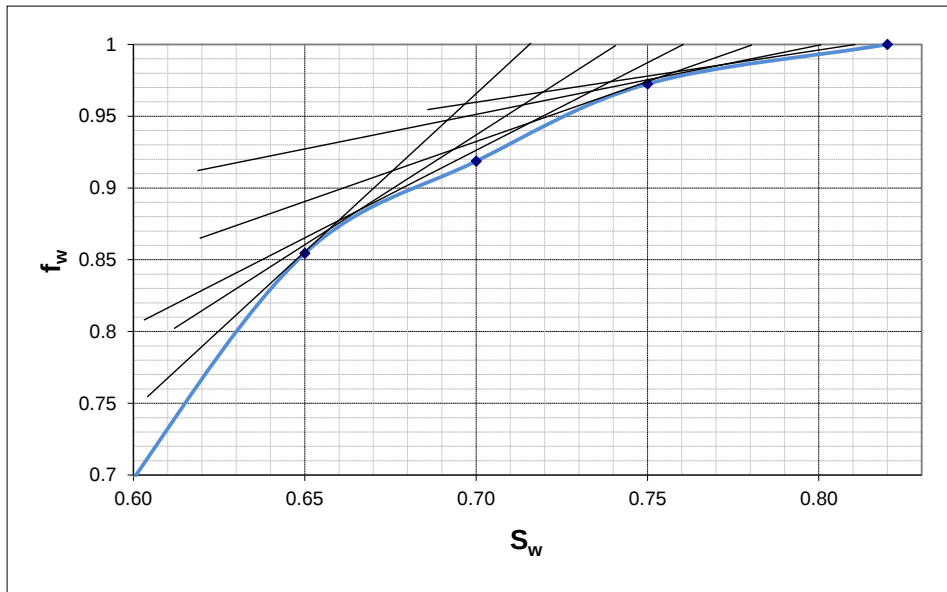
Odnos frakcijskog protoka i promjene zasićenja daljim utiskivanjem nije tako izravan, ali je vezan isključivo uz krivulju frakcijskog protoka koja tad vrijedi za cijelo područje od utisne do proizvodne bušotine, tj. od $x = 0$ do $x = L$.

Za područje koje zahvaća tangenta od nekog promatranog zasićenja može se reći da je područje stabilizirane zone, tj. u tom području vrijedi dotična tangenta. Stoga je u tom periodu za analizu dovoljno povući samo jednu tangentu, osim ako ne bismo numerički rješavali promjene zasićenja u vremenu, do prodora vode u proizvodnu bušotinu, što za ovaj primjer nije potrebno. Količina utisnute vode izražena u dijelovima pornog volumena je jednaka promjeni zasićenja vodom do prodora utisnute vode u proizvodnu bušotinu.

Drugim, riječima u momentu prodora vode u proizvodnu bušotinu, količina utisnute vode (kao udio pornog volumena), I , je jednaka razlici početnog zasićenja i zasićenja u tom momentu:

$$I = \bar{S}_{wF} - S_{wi} = 0.715 - 0.28 = 0.435$$

Dalje su potrebna puno preciznija očitavanja točaka tangenti na krivulji frakcijskog protjecanja:



Slika 8.12. Očitavanja tangenti za zasićenja nakon prodora fronte utiskivane vode u proizvodnu bušotinu

Analogno pretpostavci da je S_{wi} jednak *prosječnom* zasićenju u cijelom ležištu prije eksploatacije, kad se premaši zasićenje S_{wF} (prodor vode u proizvodnu bušotinu), svako novo „početno zasićenje“ u ležištu je veće od S_{wF} , što ujedno predstavlja novo prosječno zasićenje. Stoga se u drugom periodu frakcijski protok vode određuje povlačenjem tangente za svako novo zasićenje (slika 8.12).

Od tog momenta računa se efikasnost istiskivanja, E_D (RF); npr. za zasićenje $S_w = 0.78$, očitano je na krivulji $f_w = 0.975$ i zatim izračunato:

$$E_D = \frac{\bar{S}_{wF} - S_{wi}}{1 - S_{wi}} = \frac{0.78 - 0.28}{1 - 0.28} = 0.6944$$

Kako je količina utisnute vode sada jednaka zbirno količini proizvedene vode i nafte, promjena u količini utisnute vode je jednaka umnošku promjene efikasnosti istiskivanja, početnom zasićenju naftom, podijeljeno s frakcijskim protokom nafte:

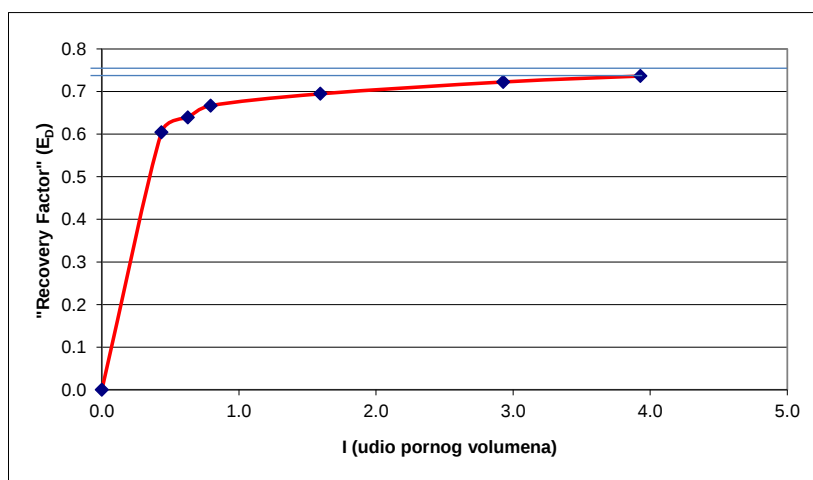
$$\Delta I = \frac{\Delta E_D \times S_{oi}}{f_o} = \frac{\Delta E_D \times (1 - S_{wi})}{(1 - f_w)}$$

Količina utisnute vode I_D se nakon toga kumulativno računa za svako iduće pretpostavljeno povećanje zasićenja vodom (Tablica 8.4)

Tablica 8.4. Efikasnost istiskivanja i količine utisnute vode.

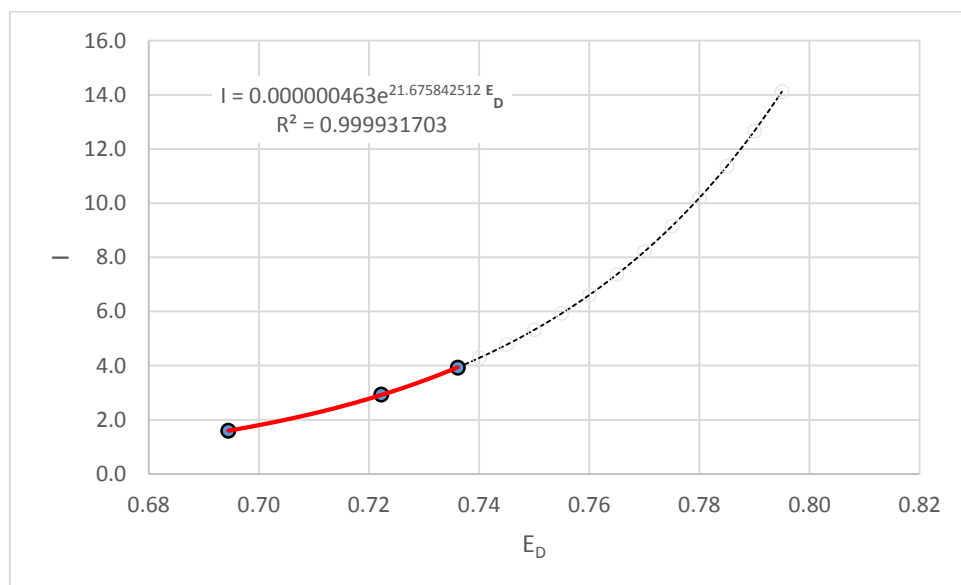
1	2	3	4	5	6
S_w	f_w	E_D	ΔE_D	ΔI	I
0.715	0.852	0.6042	0.0000	0.0000	0.4350
0.740	0.870	0.6389	0.0347	0.1923	0.6273
0.760	0.880	0.6667	0.0278	0.1667	0.7940
0.780	0.975	0.6944	0.0278	0.8000	1.5940
0.800	0.985	0.7222	0.0278	1.3333	2.9273
0.810	0.990	0.7361	0.0139	1.0000	3.9273

Proračun se može raditi do nekog krajnjeg limita frakcijskog protoka, ili do procijenjene isplative količine utisnute vode. Na krivulji efikasnosti istiskivanja, može se, povlačenjem asimptote $y = E_D \rightarrow E_{D(\max)}$ vidjeti razlika između iscrpka u takva dva rubna uvjeta:



Slika 8.13. Odnos utisnutih količina vode i efikasnosti istiskivanja

Iz slike I - E_D je vidljivo kako će biti potrebno utisnuti $3.9273 \approx 4$ porna volumena vode kako bi se postiglo konačni RF=0.7361. Asimptota na dijagram daje RF = 0.75 (približno), međutim u tom području više nije moguće grafički precizno odrediti rješenja. Kada bi se radilo o iznimno velikim ležištima za koja je isplativo utiskivati mnogo više vode, moglo bi se raditi dalju analizu. Za ovaj primjer, uzeto je da se posljednje tri točke na krivulji poklapaju s logaritamskim povećanjem efikasnosti istiskivanja. Tada uklapanjem eksponencijalne funkcije možemo za RF=0.75 očitati I=5.3, što je preko 30% (5.3 u odnosu na 3.9273) povećanje potrebne količine vode za manje od 1.5 % (0.75 u odnosu na 0.7361) povećanja ukupne efikasnosti istiskivanja nakon zavodnjavanja.



Slika 8.14. Analiza povećanja potrebne količine utisnute vode u odnosu na povećanje efikasnosti istiskivanja

Ovakva analiza služi samo kako bi se zorno vidjeli odnosi dvaju dotičnih parametara, međutim, eksponencijalna krivulja (poput prikazane na slici iznad) nije primjenjiva na čitavo područje, pošto će istiskivanje nafte biti potpuno neizvedivo ispod nekog kritičnog (rezidualnog, S_{or}) zasićenja naftom, bez obzira na količinu utisnute vode.

Analiza frakcijske krivulje može se jednostavno prikazati primjerom zavodnjavanja. Pokazano je grafičko značenje tangente na krivulju te ključnih točaka određene tangentom. Analitički se to može opisati na sljedeći način:

$$f_w = \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) S_w + C$$

u nekoj točki F, vrijediti će tad:

$$f_{w(F)} = \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) S_{w(F)} + C$$

Tada se zbrajanjem gornjih jednadžbi dobije sljedeći izraz:

$$f_w = (S_w - S_{w(F)}) \times \frac{df_w}{dS_w} + f_{w(F)}$$

U točki gdje je $f_w = 1$ je prosječno zasićenje vodom (potiskivajućim fluidom) prije fronte (kad fronta dopre do bušotine, onda je *prije fronte* = ležištu) $\bar{S}_{w(F)}$

Literatura

1. Geertsma, J., 1957.: *The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks*. Trans. AIME 1957, 210, pp. 331-340.
2. Hall, H.N., 1953.: *Compressibility of Reservoir Rocks*, Trans. AIME 198, 309
3. Keelan, D. K., 1971.: *A critical review of core analysis techniques*. 22nd Annual Technical Meeting of the Petroleum Society of the Canadian Institute of Mining, Calgary, Banff, Alberta, June 2–5, Paper No. 7612, p. 1–13.
4. Klinkenberg, L. J., 1941.: *The Permeability of Porous Media to Liquids and Gases*, Drilling and Production Practice, 1941, 200-213
5. Shirer, J.A., Langston, E.P. i Strong, R.B, 1978.: *Application of Fieldwide Conventional Coring in the Jac-Lec Unit.*, SPE 7048, 5th IOR Symposium, Tulsa, april, 16-19, 1978
6. Vulin, D., 2016.: *Upute za praktikum iz petrofizike*, interna skripta, RGNf, Zagreb